

Öğrenci Seçme Sınavı (Öss) / 14 Haziran 2009

Matematik II Soruları ve Çözümleri

1. x pozitif gerçel sayısı için $x - 2\sqrt{x} - 2 = 0$ olduğuna göre, $\frac{x}{(x-2)^2}$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{3}{4}$ D) $\frac{1}{6}$ E) $\frac{5}{6}$

Çözüm 1

$$x - 2\sqrt{x} - 2 = 0 \Rightarrow x - 2 = 2\sqrt{x}$$

$\frac{x}{(x-2)^2}$ ifadesinde $(x-2)$ yerine $2\sqrt{x}$ yazılırsa, $\frac{x}{(2\sqrt{x})^2} = \frac{x}{4x} = \frac{1}{4}$ elde edilir.

2. x, y, z ve t sıfırdan farklı gerçel sayılar olmak üzere,

$$\left. \begin{array}{l} 3^x = 5^y \\ 3^z = 5^t \end{array} \right\} \text{ olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi doğrudur?}$$

- A) $x + y = z + t$ B) $x - y = z - t$ C) $x - z = t + y$ D) $xy = zt$ E) $xt = yz$

Çözüm 2

I. Yol

$$3^x = 5^y \Rightarrow \log(3^x) = \log(5^y) \Rightarrow x \cdot \log 3 = y \cdot \log 5 \Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{\log 5}{\log 3}$$

$$3^z = 5^t \Rightarrow \log(3^z) = \log(5^t) \Rightarrow z \cdot \log 3 = t \cdot \log 5 \Rightarrow \frac{z}{t} = \frac{\log 5}{\log 3}$$

$$\frac{x}{y} = \frac{\log 5}{\log 3} = \frac{z}{t} \Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{z}{t} \Rightarrow x \cdot t = y \cdot z \text{ elde edilir.}$$

II. Yol

$$\left. \begin{array}{l} 3^x = 5^y \Rightarrow (3^x)^{\frac{1}{y}} = (5^y)^{\frac{1}{y}} \Rightarrow 3^{\frac{x}{y}} = 5 \\ 3^z = 5^t \Rightarrow (3^z)^{\frac{1}{t}} = (5^t)^{\frac{1}{t}} \Rightarrow 3^{\frac{z}{t}} = 5 \end{array} \right\} 3^{\frac{x}{y}} = 3^{\frac{z}{t}}$$

Tabanlar eşit olduğuna göre, $\frac{x}{y} = \frac{z}{t} \Rightarrow x.t = y.z$ elde edilir.

3. $(1 - x + x^2)^{10} = a_0 + a_1.x + a_2.x^2 + \dots + a_{20}.x^{20}$ olduğuna göre, çift indisli katsayıların toplamı olan $a_0 + a_2 + a_4 + a_6 + \dots + a_{20}$ kaçtır?

A) $2^{10} + 1$ B) $3^{10} - 1$ C) $4^{10} - 1$ D) $\frac{3^{10} + 1}{2}$ E) $\frac{4^{10} + 1}{2}$

Çözüm 3

$$(1 - x + x^2)^{10} = a_0 + a_1.x + a_2.x^2 + \dots + a_{20}.x^{20}$$

$$x = 1 \text{ için, } (1 - 1 + 1^2)^{10} = a_0 + a_1.1 + a_2.1^2 + \dots + a_{20}.1^{20}$$

$$\Rightarrow 1 = a_0 + a_1 + a_2 + \dots + a_{20}$$

$$x = -1 \text{ için, } (1 - (-1) + (-1)^2)^{10} = a_0 + a_1.(-1) + a_2.(-1)^2 + \dots + a_{20}.(-1)^{20}$$

$$\Rightarrow 3^{10} = a_0 - a_1 + a_2 - \dots + a_{20}$$

$$1 = a_0 + a_1 + a_2 + \dots + a_{20}$$

$$3^{10} = a_0 - a_1 + a_2 - \dots + a_{20}$$

$$1 + 3^{10} = 2.a_0 + 2.a_2 + \dots + 2.a_{20} \Rightarrow a_0 + a_2 + a_4 + a_6 + \dots + a_{20} = \frac{3^{10} + 1}{2}$$

4.

I. $x\sqrt{2} + 1$ bir rasyonel sayıysa x de rasyoneldir.

II. $\frac{x}{x+1}$ bir rasyonel sayıysa x de rasyoneldir.

III. Hem x^2 hem de x^3 bir rasyonel sayıysa x de rasyoneldir.

Yukarıda verilen gerçel sayılarla ilgili üç önermeden hangileri doğrudur?

A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III D) I ve II E) II ve III

Çözüm 4

I. $x\sqrt{2} + 1$ bir rasyonel sayıysa x de rasyoneldir.

$$x\sqrt{2} + 1 = \frac{a}{b} \Rightarrow a = b.x\sqrt{2} + b \Rightarrow x = \frac{a-b}{b.\sqrt{2}} \notin \text{rasyonel sayı}$$

II. $\frac{x}{x+1}$ bir rasyonel sayıysa x de rasyoneldir.

$$\frac{x}{x+1} = \frac{a}{b} \in \text{rasyonel sayı} \Rightarrow ax + a = bx \Rightarrow x = \frac{a}{b-a} \in \text{rasyonel sayı}$$

III. Hem x^2 hem de x^3 bir rasyonel sayıysa x de rasyoneldir.

$$x^2 = \left(\frac{a}{b}\right)^2 \in \text{rasyonel sayı}$$

$$x^3 = \left(\frac{a}{b}\right)^3 \in \text{rasyonel sayı}$$

$$x^3 = x^2.x \Rightarrow \left(\frac{a}{b}\right)^3 = \left(\frac{a}{b}\right)^2.\left(\frac{a}{b}\right) \Rightarrow x = \frac{a}{b} \in \text{rasyonel sayı}$$

Buna göre , II. ve III. önermeler doğrudur.

5. $x^2 - 2x - 4 = 0$ denkleminin kökleri m_1 ve m_2 dir.

Buna göre, aşağıdaki denklemlerden hangisinin kökleri $\frac{1}{m_1}$ ve $\frac{1}{m_2}$ dir?

- A) $2x^2 - x + 4 = 0$ B) $2x^2 + x + 1 = 0$ C) $4x^2 + 2x - 1 = 0$
D) $4x^2 + 3x - 4 = 0$ E) $8x^2 - 3x + 4 = 0$

Çözüm 5

$$x^2 - 2x - 4 = 0 \Rightarrow m_1 \cdot m_2 = \frac{-4}{1} = -4$$

$$\Rightarrow m_1 + m_2 = \frac{-(-2)}{1} = 2$$

Kökleri $\frac{1}{m_1}$ ve $\frac{1}{m_2}$ olan denklem $ax^2 + bx + c = 0$ olsun.

$$\frac{1}{m_1} \cdot \frac{1}{m_2} = \frac{c}{a} \Rightarrow \frac{1}{-4} = \frac{c}{a}$$

$$\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2} = \frac{-b}{a} \Rightarrow \frac{m_2 + m_1}{m_1 \cdot m_2} = \frac{-b}{a} \Rightarrow \frac{2}{-4} = \frac{-b}{a} \Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{1}{2}$$

$$ax^2 + bx + c = 0 \Rightarrow a \cdot (x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a}) = 0 \Rightarrow a \cdot (x^2 + \frac{1}{2}x + (\frac{-1}{4})) = 0$$

$$\Rightarrow a \cdot (4x^2 + 2x - 1) = 0 \Rightarrow 4x^2 + 2x - 1 = 0 \text{ elde edilir.}$$

6. $z = \frac{\cos 75^\circ + i \cdot \sin 75^\circ}{\cos 15^\circ + i \cdot \sin 15^\circ}$ karmaşık sayısı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{\sqrt{3} + i}{2}$ B) $\frac{\sqrt{3} - i}{2}$ C) 1 D) $\frac{1 - i\sqrt{3}}{2}$ E) $\frac{1 + i\sqrt{3}}{2}$

Çözüm 6

I. Yol

$$\begin{aligned}z &= \frac{\cos 75^\circ + i \sin 75^\circ}{\cos 15^\circ + i \sin 15^\circ} = \frac{\cos 75 + i \sin 75}{\sin 75 + i \cos 75} \\&= \frac{\cos 75 + i \sin 75}{\sin 75 + i \cos 75} \cdot \left(\frac{\sin 75 - i \cos 75}{\sin 75 - i \cos 75} \right) = \frac{(\cos 75 + i \sin 75) \cdot (\sin 75 - i \cos 75)}{(\sin 75 + i \cos 75) \cdot (\sin 75 - i \cos 75)} \\&= \frac{\cos 75 \sin 75 - i \cos 75 \cos 75 + i \sin 75 \sin 75 + i \sin 75 \cdot (-i \cos 75)}{\sin^2 75 + \cos^2 75} \\&= \frac{\cos 75 \sin 75 - i \cos 75 \cos 75 + i \sin 75 \sin 75 - i^2 \sin 75 \cos 75}{1} \\&= \cos 75 \sin 75 - i \cos^2 75 + i \sin^2 75 + \sin 75 \cos 75 \\&= 2 \sin 75 \cos 75 - i (\cos^2 75 - \sin^2 75) \\&= \sin 2 \cdot 75 - i \cos 2 \cdot 75 = \sin 150 - i \cos 150 = \sin 30 + i \cos 30 = \frac{1}{2} + i \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{1 + i \sqrt{3}}{2}\end{aligned}$$

II. Yol

$$\begin{aligned}z &= \frac{\cos 75^\circ + i \sin 75^\circ}{\cos 15^\circ + i \sin 15^\circ} = \frac{cis 75^\circ}{cis 15^\circ} = cis(75 - 15) = cis 60 \\&\Rightarrow cis 60 = \cos 60 + i \sin 60 = \frac{1}{2} + i \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{1 + i \sqrt{3}}{2}\end{aligned}$$

Not :

$$\sin x = \cos(90 - x)$$

$$\sin 2x = 2 \sin x \cos x$$

$$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$$

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

$$i^2 = -1$$

$$(a - b) \cdot (a + b) = a^2 - b^2$$

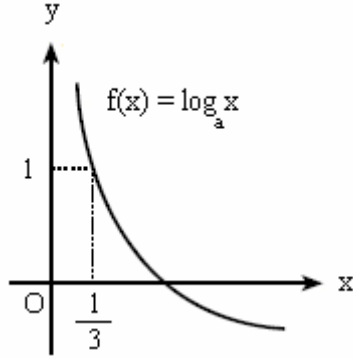
$$\sin 150 = \sin 30 = \frac{1}{2} = \cos 60$$

$$\cos 150 = -\cos 30 = \frac{-\sqrt{3}}{2} = -\sin 60$$

Not : Karmaşık sayının kutupsal (trigonometrik) biçimi

$$z = r \cdot (\cos \theta + i \sin \theta) = r \cdot cis \theta \quad \Rightarrow \quad \frac{z_1}{z_2} = \frac{r_1}{r_2} \cdot [\cos(\theta_1 - \theta_2) + i \sin(\theta_1 - \theta_2)] = \frac{r_1}{r_2} \cdot cis(\theta_1 - \theta_2)$$

7.



Yukarıda $\log_a x$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre, $f(f(\frac{1}{27}))$ değeri kaçtır?

- A) -3 B) -1 C) 1 D) 2 E) 3

Çözüm 7

I. Yol

$$f(x) = \log_a x \quad \Rightarrow \quad f\left(\frac{1}{3}\right) = 1 \quad \Rightarrow \quad 1 = \log_a \frac{1}{3} \quad \Rightarrow \quad a = \frac{1}{3}$$

$$f\left(\frac{1}{27}\right) = \log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{27} = \log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{3^3} = \log_{\frac{1}{3}} \left(\frac{1}{3}\right)^3 = 3 \cdot \log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{3} = 3 \quad \Rightarrow \quad f\left(\frac{1}{27}\right) = 3$$

$$f\left(f\left(\frac{1}{27}\right)\right) = f(3) = \log_{\frac{1}{3}} 3 = \log_{3^{-1}} 3 = -\log_3 3 = -1 \quad \Rightarrow \quad f\left(f\left(\frac{1}{27}\right)\right) = -1$$

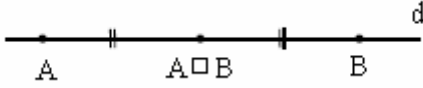
II. Yol

$$f(x) = \log_a x \quad \Rightarrow \quad f\left(\frac{1}{3}\right) = 1 \quad \Rightarrow \quad 1 = \log_a \frac{1}{3} \quad \Rightarrow \quad \log_a 3^{-1} = 1 \quad \Rightarrow \quad -\log_a 3 = 1$$

$$f\left(\frac{1}{27}\right) = \log_a \frac{1}{27} = \log_a \frac{1}{3^3} = \log_a \left(\frac{1}{3}\right)^3 = 3 \cdot \log_a \frac{1}{3} = 3 \cdot \log_a 3^{-1} = 3 \cdot 1 = 3 \quad \Rightarrow \quad f\left(\frac{1}{27}\right) = 3$$

$$f\left(f\left(\frac{1}{27}\right)\right) = f(3) = \log_a 3 = -1 \quad \Rightarrow \quad f\left(f\left(\frac{1}{27}\right)\right) = -1$$

8.



Şekildeki gibi bir d doğrusunun noktaları kümesi üzerinde □ işlemi,

$$A \square B = \begin{cases} [AB] \text{ doğru parçasının orta noktası, } A \neq B \text{ ise} \\ A \text{ noktası,} & A = B \text{ ise} \end{cases}$$

biçiminde tanımlanıyor.

Bu işlemle ilgili olarak

- I. Değişme özeliği vardır.
- II. Birleşme özeliği vardır.
- III. Etkisiz (Birim) elemanı vardır.

yargılarından hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) I ve II C) I ve III D) II ve III E) I, II ve III

Çözüm 8

I. Değişme özeliği vardır.

$$A \neq B \Rightarrow A \square B = \frac{A+B}{2} = B \square A$$

$$A = B \Rightarrow A \square B = A = B = B \square A$$

II. Birleşme özeliği vardır.

$$A \neq B \Rightarrow A \square (B \square C) = A \square \left(\frac{B+C}{2} \right) = \frac{A + \frac{B+C}{2}}{2} = \frac{2A+B+C}{4}$$

$$\Rightarrow (A \square B) \square C = \frac{A+B}{2} \square C = \frac{\frac{A+B}{2} + C}{2} = \frac{A+B+2C}{4}$$

$$\frac{2A+B+C}{4} \neq \frac{A+B+2C}{4} \Rightarrow A \square (B \square C) \neq (A \square B) \square C$$

Buna göre, Birleşme özelliği yoktur.

III. Etkisiz (Birim) elemanı vardır.

$$A \square E = E \square A = A \Rightarrow E, \text{ etkisiz eleman}$$

$$A \neq E \Rightarrow A \square E = \frac{A+E}{2} = A \Rightarrow 2A = A+E \Rightarrow A = E$$

olduğuna göre, etkisiz (birim) elemanı yoktur.

9. 2 ve 162 arasına uygun olan 3 tam sayı yerleştirilerek 5 sayıdan oluşan bir geometrik dizi oluşturuluyor.

Bu üç sayının toplamı kaçtır?

- A) 78 B) 80 C) 82 D) 86 E) 90

Çözüm 9

$$a_1 = 2$$

$$a_2 = a_1 \cdot r$$

$$a_3 = a_2 \cdot r = a_1 \cdot r^2$$

$$a_4 = a_3 \cdot r = a_1 \cdot r^3$$

$$a_5 = a_4 \cdot r = a_1 \cdot r^4 \Leftrightarrow a_5 = 162 \Rightarrow 2 \cdot r^4 = 162 \Rightarrow r^4 = 81 = 3^4 \Rightarrow r = 3$$

$$a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 \Rightarrow a_1, a_1 \cdot r, a_1 \cdot r^2, a_1 \cdot r^3, a_1 \cdot r^4 \Rightarrow 2, 2 \cdot 3, 2 \cdot 3^2, 2 \cdot 3^3, 2 \cdot 3^4$$

$$\Rightarrow 2, 6, 18, 54, 162$$

$$a_2 + a_3 + a_4 = 6 + 18 + 54 = 78 \text{ elde edilir.}$$

Not : Geometrik dizi

Ardışık iki terimin oranı aynı olan dizilere geometrik dizi denir.

$r \in \mathbb{R}$ olmak üzere her $n \in \mathbb{N}^+$ için $\frac{a_{n+1}}{a_n} = r$ ise (a_n) bir geometrik dizidir.

“ r ” ye dizinin ortak çarpanı denir.

Bir geometrik dizinin ilk terimi : a_1 , ortak çarpanı : r ise bu dizinin terimleri,

$$a_1, a_2, a_3, a_4, \dots, a_n, \dots \Rightarrow a_1, a_1 \cdot r, a_1 \cdot r^2, a_1 \cdot r^3, \dots, a_1 \cdot r^{n-1}, \dots$$

Bir geometrik dizinin genel terimi : $a_n = a_1 \cdot r^{n-1}$ dir.

10. $a_n = (3n - 2) \cdot \sin\left(\frac{1}{n}\right)$ ile verilen dizi için $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ kaçtır?

- A) $\frac{-3}{2}$ B) $\frac{2}{3}$ C) -1 D) 0 E) 3

Çözüm 10

I. Yol

$n = \frac{1}{x}$ dönüşümü yapılırsa, $n \rightarrow \infty$ iken $x \rightarrow 0$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(3 \cdot \frac{1}{x} - 2\right) \cdot \sin\left(\frac{1}{x}\right) = \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{3-2x}{x}\right) \cdot \sin(x) = \lim_{x \rightarrow 0} (3-2x) \cdot \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 3 \cdot 1 = 3$$

II. Yol

$$a_n = (3n - 2) \cdot \sin\left(\frac{1}{n}\right) = \left(n \cdot \left(3 - \frac{2}{n}\right)\right) \cdot \sin\left(\frac{1}{n}\right) = n \cdot \left(\frac{3n-2}{n}\right) \cdot \sin\left(\frac{1}{n}\right) = \left(\frac{3n-2}{n}\right) \cdot \left(\frac{\sin\left(\frac{1}{n}\right)}{\frac{1}{n}}\right)$$

$$a_n = \left(\frac{3n-2}{n}\right) \cdot \left(\frac{\sin\left(\frac{1}{n}\right)}{\frac{1}{n}}\right) \Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \left[\left(\frac{3n-2}{n}\right) \cdot \left(\frac{\sin\left(\frac{1}{n}\right)}{\frac{1}{n}}\right)\right] = 3 \cdot 1 = 3$$

11. $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1-x^2}{|1-x|}$ limitinin değeri kaçtır?

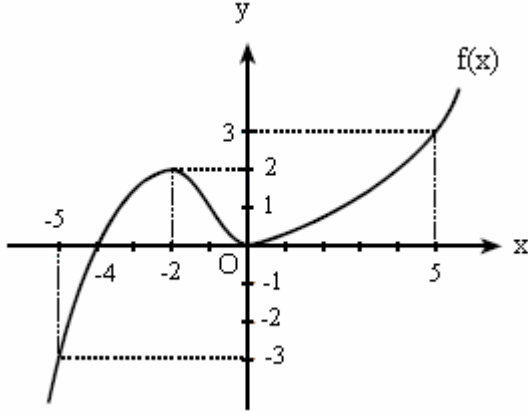
- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

Çözüm 11

$x \rightarrow 1^+ \Rightarrow x > 1 \Rightarrow 0 > 1 - x \Rightarrow [(1-x) < 0]$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1-x^2}{|1-x|} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{(1-x)(1+x)}{-(1-x)} = \lim_{x \rightarrow 1^+} [-(1+x)] = -(1+1) = -2$$

12.

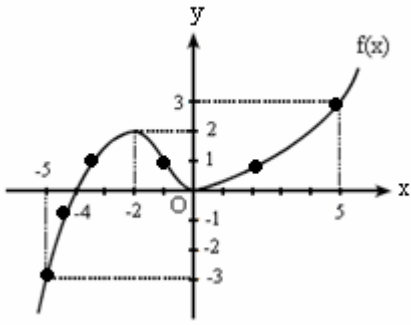


Yukarıda grafiği verilen $f(x)$ fonksiyonu için $[-5, 5]$ aralığında $||f(x)| - 2| = 1$ eşitliğini sağlayan kaç tane x değeri vardır?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

Çözüm 12

$$\begin{aligned} ||f(x)| - 2| = 1 &\Rightarrow |f(x)| - 2 = 1 \Rightarrow |f(x)| = 3 \Rightarrow f(x) = 3, f(x) = -3 \\ &\Rightarrow |f(x)| - 2 = -1 \Rightarrow |f(x)| = 1 \Rightarrow f(x) = 1, f(x) = -1 \end{aligned}$$



- $f(x) = 3$ için, 1 değer
 $f(x) = -3$ için, 1 değer
 $f(x) = 1$ için, 3 değer
 $f(x) = -1$ için, 1 değer

toplam 6 tane x değeri vardır.

13. $f(x) = [1 + (x + x^2)^3]^4$ olduğuna göre, $f'(x)$ türev fonksiyonunun $x = 1$ deki değeri kaçtır?

- A) $2^3 \cdot 3^5$ B) $2^3 \cdot 3^7$ C) $2^4 \cdot 3^6$ D) $2^4 \cdot 3^8$ E) $2^5 \cdot 3^{10}$

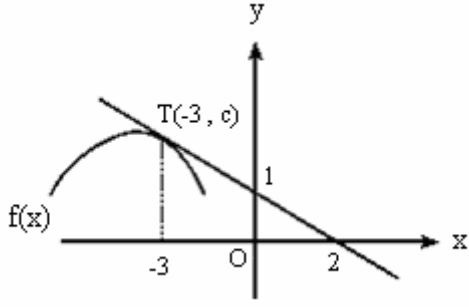
Çözüm 13

$$f(x) = [1 + (x + x^2)^3]^4 \Rightarrow f'(x) = 4 \cdot [1 + (x + x^2)^3]^3 \cdot [3 \cdot (x + x^2)^2] \cdot [1 + 2x]$$

$$f'(1) = 4 \cdot [1 + (1 + 1^2)^3]^3 \cdot [3 \cdot (1 + 1^2)^2] \cdot [1 + 2 \cdot 1]$$

$$f'(1) = 4 \cdot [1 + 8]^3 \cdot [3 \cdot 4] \cdot 3 = 4 \cdot 9^3 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 3 = 2^2 \cdot 3^6 \cdot 3^2 \cdot 2^2 \Rightarrow f'(1) = 2^4 \cdot 3^8$$

14.



Yukarıdaki şekilde, $f(x)$ fonksiyonunun bir parçasının grafiği ve $T(-3, c)$ noktasındaki teğet doğrusu verilmiştir.

$k(x) = \ln(f(x))$ olduğuna göre, $k'(x)$ türev fonksiyonunun $x = -3$ teki değeri kaçtır?

- A) $\frac{-1}{2}$ B) $\frac{-1}{5}$ C) $\frac{-2}{5}$ D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{3}{5}$

Çözüm 14

xoy eksenini $(0, 1)$ ve $(2, 0)$ noktalarında kesen doğru denklemi ,

$$\frac{y-1}{1-0} = \frac{x-0}{0-2} \Rightarrow y-1 = \frac{-x}{2} \Rightarrow y = \frac{-x}{2} + 1 \Rightarrow \text{eğim} = m = \frac{-1}{2}$$

$$T(-3, c) \text{ noktası doğru üzerinde olduğuna göre, } c = \frac{-(-3)}{2} + 1 \Rightarrow c = \frac{5}{2}$$

$$T(-3, c) = T(-3, \frac{5}{2})$$

$$k(x) = \ln(f(x)) \Rightarrow k'(x) = \frac{f'(x)}{f(x)}$$

$$x = -3 \text{ için, } k'(-3) = \frac{f'(-3)}{f(-3)}$$

$$f(-3) = c \Rightarrow f(-3) = \frac{5}{2}$$

$$f'(-3) = m \text{ (doğrunun eğimi)} \Rightarrow f'(-3) = \frac{-1}{2}$$

$$\Rightarrow k'(-3) = \frac{f'(-3)}{f(-3)} = \frac{\frac{-1}{2}}{\frac{5}{2}} = \left(\frac{-1}{2}\right) \cdot \frac{2}{5} = \frac{-1}{5} \text{ elde edilir.}$$

Not : İki noktası bilinen doğrunun eğimi

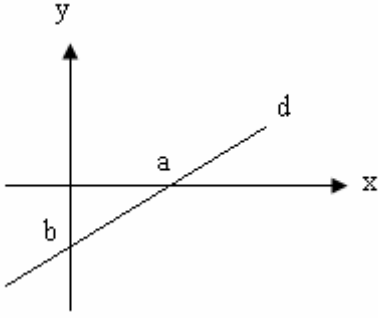
$$A(x_1, y_1) \text{ ve } B(x_2, y_2) \Rightarrow m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Not : İki noktası bilinen doğru denklemi

$$A(x_1, y_1) \text{ ve } B(x_2, y_2) \Rightarrow \frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}$$

Not : Doğrunun eksen parçaları türünden denklemi

$$(a, 0) \text{ ve } (0, b) \text{ noktalarından geçen doğrunun denklemi} = \frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$$



Not :

$u = g(x)$ fonksiyonunun bir x noktasındaki türevi u' olsun.

$$y = \ln u \Rightarrow y' = \frac{u'}{u} \Rightarrow y' = \frac{g'(x)}{g(x)}$$

15. $\int_0^1 (x+1).e^x dx$ integralinin değeri kaçtır?

- A) e B) e - 1 C) e - 2 D) 2e - 1 E) 2e - 3

Çözüm 15

$$\int_0^1 (x+1).e^x dx \quad (\text{Kısmi (parçalı) integrasyon yöntemi uygulanırsa,})$$

$$x + 1 = u \Rightarrow (x + 1)' = (u)' \Rightarrow dx = du$$

$$e^x . dx = dv \Rightarrow \int e^x . dx = \int dv \Rightarrow e^x = v$$

$$\begin{aligned} \int_0^1 (x+1).e^x dx &= [(x+1).e^x - \int e^x dx] \Big|_0^1 = [(x+1).e^x - e^x] \Big|_0^1 = [x.e^x + e^x - e^x] \Big|_0^1 = (x.e^x) \Big|_0^1 \\ &= 1.e^1 - 0.e^0 = e \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

Not : Kısmi (parçalı) integrasyon yöntemi

İki fonksiyonun çarpımının integralinin hesaplanmasında genelde, kısmi integrasyon yöntemi kullanılır.

$u(x)$ ve $v(x)$ türevlenebilir fonksiyonlar ise çarpımın türevi formülüne göre,

$$(u.v)' = u'.v + v'.u \text{ yazarız.}$$

Her iki tarafı dx ile çarpıp integrallersek, $\int (u.v)' dx = \int u'.v dx + \int v'.u dx$ bulunur.

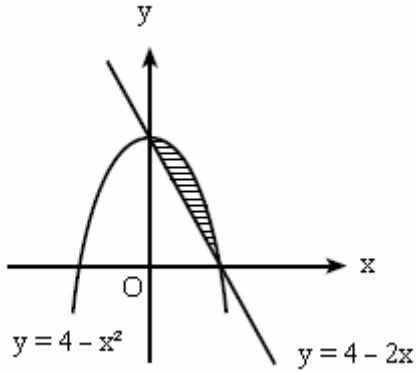
Belirsiz integralin tanımından, $\int (u.v)' dx = u.v$ yazılabilir.

Bunu dikkate alarak, $u.v = \int u.v' dx + \int v.u' dx$ formülünü elde ederiz.

$$u' = \frac{du}{dx} \Rightarrow u' dx = du \quad , \quad v' = \frac{dv}{dx} \Rightarrow v' dx = dv \text{ olduğundan,}$$

$$u.v = \int u dv + \int v du \Rightarrow \int u dv = u.v - \int v du \text{ elde edilir.}$$

16.



Şekildeki parabol ile doğru arasında kalan taralı bölgenin alanı kaç birim karedir?

- A) $\frac{3}{2}$ B) $\frac{5}{2}$ C) $\frac{4}{3}$ D) $\frac{7}{3}$ E) $\frac{9}{4}$

Çözüm 16

I. Yol

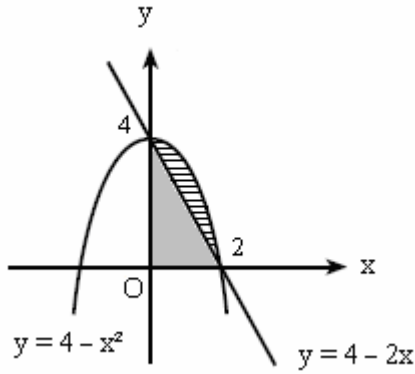
Parabol ve doğru denklemlerinin, ortak çözümünden kesim noktaları hesaplanırsa,

$$\left. \begin{array}{l} y = 4 - x^2 \\ y = 4 - 2x \end{array} \right\} \begin{array}{l} 4 - x^2 = 4 - 2x \Rightarrow x^2 - 2x = 0 \Rightarrow x \cdot (x - 2) = 0 \Rightarrow x = 0, x = 2 \end{array}$$

$$\text{taralı bölgenin alanı} = \int_0^2 [(4 - x^2) - (4 - 2x)] dx = \int_0^2 [-x^2 + 2x] dx = \left[\frac{-x^3}{3} + 2 \cdot \frac{x^2}{2} \right]_0^2$$

$$\Rightarrow = \left[\frac{-x^3}{3} + x^2 \right]_0^2 = \left[\left(\frac{-2^3}{3} + 2^2 \right) - (0) \right] = \frac{-8}{3} + 4 = \frac{4}{3} \text{ elde edilir.}$$

II. Yol



Üçgenin alanı için,

$$y = 4 - 2x \Rightarrow x = 0 \text{ için, } y = 4$$

$$\Rightarrow y = 0 \text{ için, } x = 2$$

Parabolün alanı için,

$$y = 4 - x^2 \Rightarrow x = 0 \text{ için, } y = 4$$

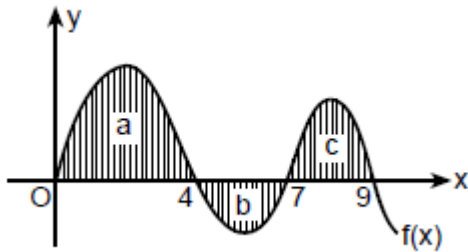
$$\Rightarrow y = 0 \text{ için, } x = \pm 2$$

Parabolün, xoy ekseninin I. Bölgesinde kalan kısmının alanı için , $\Rightarrow x = 0$, $x = 2$

$$\text{taralı bölgenin alanı} = \int_0^2 (4 - x^2) dx - \text{alan(üçgen)}$$

$$= \left(4x - \frac{x^3}{3}\right) \Big|_0^2 - \frac{2 \cdot 4}{2} = \left(8 - \frac{2^3}{3}\right) - 4 = \frac{16}{3} - 4 = \frac{4}{3}$$

17.



Yukarıda verilen taralı bölgelerin alanları sırasıyla a , b ve c birim karedir.

Buna göre, $\int_0^9 |f(x)| dx - \int_0^7 f(x) dx$ değeri kaçtır?

- A) $2a + b$ B) $2a + c$ C) $2b + c$ D) $2c + b$ E) $2a + 2b + c$

Çözüm 17

$$\int_0^9 |f(x)| dx = a + b + c$$

$$\int_0^7 f(x) dx = a - b$$

$$\int_0^9 |f(x)| dx - \int_0^7 f(x) dx = (a + b + c) - (a - b) = a + b + c - a + b = 2b + c$$

18.
$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 3 \\ 2 \end{bmatrix}$$

Yukarıda matris gösterimi verilen doğrusal denklem sisteminin çözümünde x kaçtır?

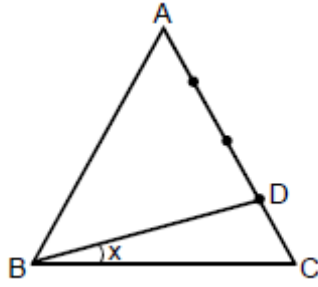
- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

Çözüm 18

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 3 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow 1.x + 1.y + (-1).z = 5 &\Rightarrow x + y - z = 5 \\ \Rightarrow 1.x + (-1).y + 1.z = 3 &\Rightarrow x - y + z = 3 \\ \Rightarrow 1.x + 2.y + 3.z = 2 &\Rightarrow x + 2y + 3z = 2 \end{aligned} \left. \vphantom{\begin{aligned} \Rightarrow 1.x + 1.y + (-1).z = 5 \\ \Rightarrow 1.x + (-1).y + 1.z = 3 \\ \Rightarrow 1.x + 2.y + 3.z = 2 \end{aligned}} \right\} 2x = 8 \text{ (taraf tarafa topla)} \Rightarrow x = 4$$

19.



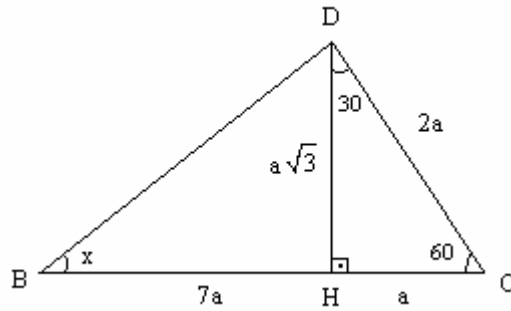
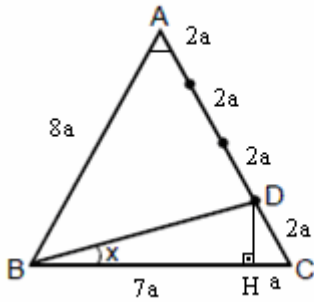
$$|DC| = \frac{1}{4} \cdot |AC|$$

$$m(\text{DBC}) = x$$

Şekildeki ABC üçgeni bir eşkenar üçgen olduğuna göre, $\tan x$ kaçtır?

- A) $\frac{\sqrt{3}}{10}$ B) $\frac{\sqrt{3}}{7}$ C) $\frac{3\sqrt{3}}{5}$ D) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ E) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

Çözüm 19



ABC üçgeni bir eşkenar üçgen olduğuna göre,

DBC üçgeninde BC kenarına ait yükseklik çizilirse, $DH \perp BC$

$$m(\text{DCB}) = 60, m(\text{DHC}) = 90 \Rightarrow m(\text{HDC}) = 30 \text{ olur.}$$

$$|HC| = a \text{ olsun.} \Rightarrow |DC| = 2a, |DH| = \sqrt{3} a \text{ olur.}$$

$$|DC| = 2a \Rightarrow |AC| = 4 \cdot |DC| = 8a \Rightarrow |AC| = |BC| = |AB| = 8a$$

$$|BC| = 8a, |HC| = a \Rightarrow |BH| = 8a - a = 7a$$

$$\tan x = \frac{|DH|}{|BH|} \Rightarrow \tan x = \frac{\sqrt{3} \cdot a}{7 \cdot a} = \frac{\sqrt{3}}{7}$$

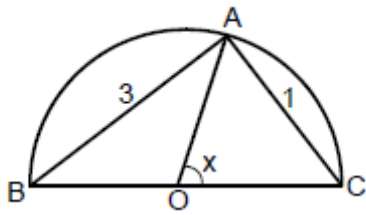
Not : Dik üçgen özellikleri

Bir dar açının ölçüsü 30° olan dik üçgende,

30° karşısındaki kenarın uzunluğu hipotenüsün yarısına ,

60° karşısındaki kenar uzunluğu hipotenüsün $\frac{\sqrt{3}}{2}$ katına eşittir.

20.



O noktası yarım çemberin merkezi

$$|AB| = 3 \text{ cm}$$

$$|AC| = 1 \text{ cm}$$

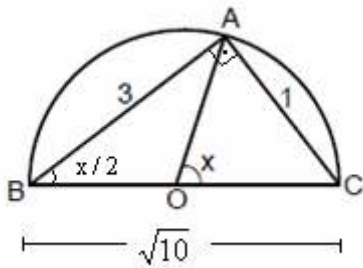
$$m(\text{AOC}) = x$$

Yukarıdaki verilere göre, $\sin x$ kaçtır?

- A) $\frac{2}{3}$ B) $\frac{3}{4}$ C) $\frac{3}{5}$ D) $\frac{4}{9}$ E) $\frac{3}{10}$

Çözüm 20

I. Yol



Çapı gören çevre açısı 90 derece olduğundan,

$$m(\text{BAC}) = 90$$

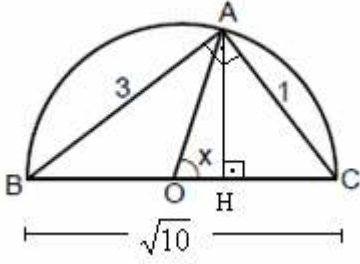
BAC dik üçgeninde,

$$|BC|^2 = 3^2 + 1^2 \Rightarrow |BC| = \sqrt{10}$$

$$m(\text{AOC}) = x \text{ (merkez açısı)} \Rightarrow m(\text{ABC}) = \frac{x}{2} \text{ (çevre açısı)}$$

$$\sin x = 2 \cdot \sin \frac{x}{2} \cdot \cos \frac{x}{2} \Rightarrow \sin x = 2 \cdot \frac{1}{\sqrt{10}} \cdot \frac{3}{\sqrt{10}} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5} \Rightarrow \sin x = \frac{3}{5}$$

II. Yol



Çapı gören çevre açısı 90 derece olduğundan,

$$m(\text{BAC}) = 90$$

BAC dik üçgeninde,

$$|BC|^2 = 3^2 + 1^2 \Rightarrow |BC| = \sqrt{10}$$

BAC üçgeninde BC kenarına ait yükseklik çizilirse, $AH \perp BC$

Öklid bağıntısına göre, $|AC|^2 = |CH| \cdot |CB| \Rightarrow 1^2 = |CH| \cdot \sqrt{10} \Rightarrow |CH| = \frac{1}{\sqrt{10}}$

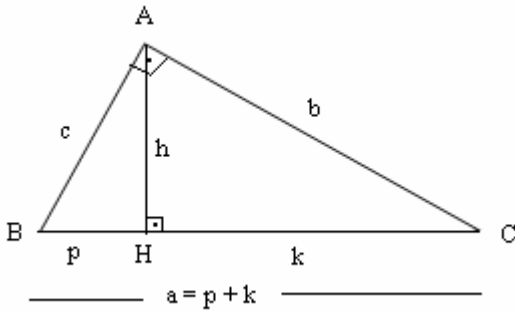
AHC dik üçgeninde, $|AC|^2 = |AH|^2 + |HC|^2$ (pisagor)

$$1^2 = |AH|^2 + \left(\frac{1}{\sqrt{10}}\right)^2 \Rightarrow |AH| = \frac{3}{\sqrt{10}}$$

$$|BC| = \sqrt{10} \Rightarrow |BO| = |OC| = |OA| = \frac{\sqrt{10}}{2}$$

AHO üçgeninde, $\sin x = \frac{|AH|}{|AO|} \Rightarrow \sin x = \frac{\frac{3}{\sqrt{10}}}{\frac{\sqrt{10}}{2}} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5} \Rightarrow \sin x = \frac{3}{5}$

Not : Öklid bağıntıları



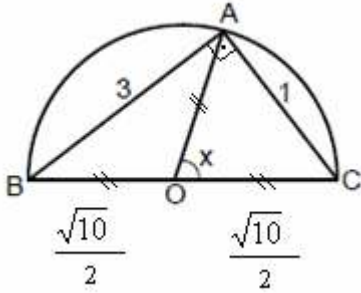
$$\text{I) } h^2 = p \cdot k$$

$$\text{II) } c^2 = p \cdot a$$

$$b^2 = k \cdot a$$

$$\text{III) } \frac{1}{h^2} = \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}$$

III. Yol



Çapı gören çevre açısı 90 derece olduğundan,

$$m(\text{BAC}) = 90$$

BAC dik üçgeninde,

$$|BC|^2 = 3^2 + 1^2 \Rightarrow |BC| = \sqrt{10}$$

$$|BO| = |OC| = |OA| = \frac{\sqrt{10}}{2}$$

$$\text{alan}(\text{BAC}) = \frac{3 \cdot 1}{2} = \frac{3}{2} \Rightarrow \text{alan}(\text{BAC}) = \text{alan}(\text{AOB}) + \text{alan}(\text{AOC})$$

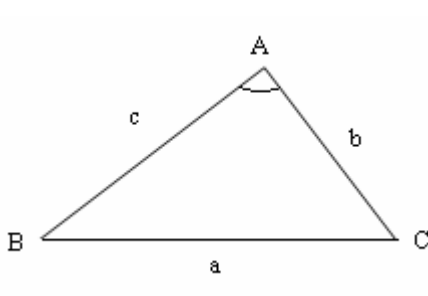
Taban uzunlukları ve yükseklikleri eşit üçgenlerin alanları eşit olacağından,

$$|BO| = |OC| \Rightarrow \text{alan}(\text{AOB}) = \text{alan}(\text{AOC}) = \frac{3}{4} \text{ olur.}$$

$$\text{alan}(\text{AOC}) = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{10}}{2} \cdot \frac{\sqrt{10}}{2} \cdot \sin x = \frac{5}{4} \cdot \sin x$$

$$\frac{5}{4} \cdot \sin x = \frac{3}{4} \Rightarrow \sin x = \frac{3}{5} \text{ elde edilir.}$$

Not : İki kenarı ve aradaki açısı verilen üçgenin alanı

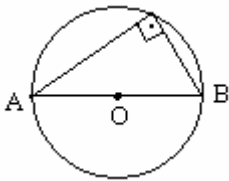


$$\text{Alan}(\text{ABC}) = \frac{1}{2} \cdot b \cdot c \cdot \sin(A)$$

$$\text{Alan}(\text{ABC}) = \frac{1}{2} \cdot a \cdot c \cdot \sin(B)$$

$$\text{Alan}(\text{ABC}) = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b \cdot \sin(C)$$

Not : Çapı gören çevre açısı 90 derecedir.

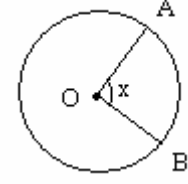


Not : Merkez aç1

Köşesi çemberin merkezinde olan aç1ya merkez aç1 denir.

Merkez açının ölçüsü gördüğü yayın ölçüsüne eşittir.

$$m(\text{AOB}) = m(\text{AB}) = x$$

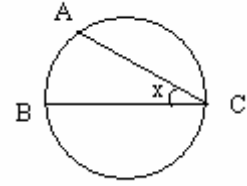


Not : Çevre aç1 (Çember aç1)

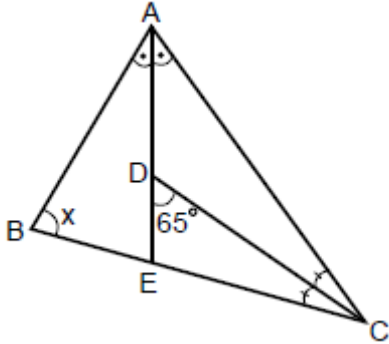
Köşesi çember üzerinde olan aç1ya çevre aç1 denir.

Çevre açının ölçüsü gördüğü yayın ölçüsünün yarısına eşittir.

$$x = m(\text{ACB}) = \frac{m(\text{AB})}{2}$$



21.



ABC bir üçgen

AE ve CD açıortay

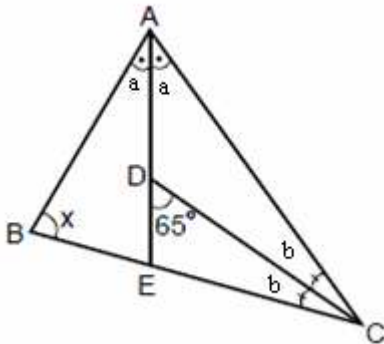
$$m(\text{EDC}) = 65^\circ$$

$$m(\text{ABC}) = x$$

Yukarıdaki verilere göre, x kaç derecedir?

- A) 50 B) 45 C) 40 D) 35 E) 30

Çözüm 21



$$m(\text{BAE}) = m(\text{EAC}) = a$$

$$m(\text{ECD}) = m(\text{DCA}) = b \text{ olsun.}$$

$$a + b = 65$$

ABC üçgeninde,

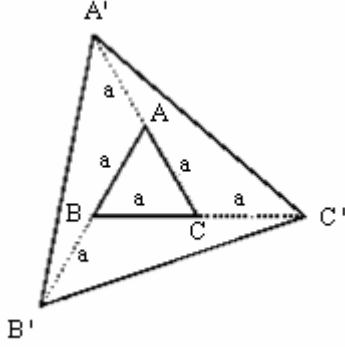
$$2a + 2b + x = 180 \Rightarrow 2.(a + b) + x = 180$$

$$\Rightarrow 2.65 + x = 180 \Rightarrow x = 180 - 130$$

$$\Rightarrow x = 50$$

Not : Bir dış açının ölçüsü kendisine komşu olmayan iki iç açının ölçüleri toplamına eşittir.

22.



ABC bir eşkenar üçgen

$$|AB| = a \text{ birim}$$

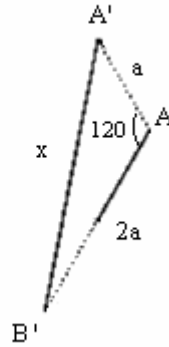
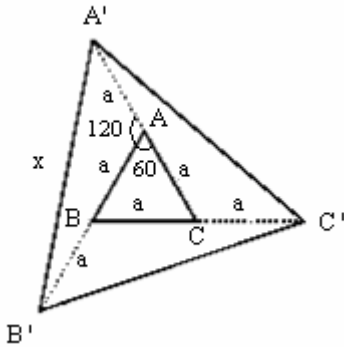
Bir ABC eşkenar üçgeninin kenarları şekildeki biçimde uzatılarak A'B'C' üçgeni elde ediliyor.

Buna göre, A'B'C' üçgeninin çevresi ABC üçgeninin çevresinin kaç katıdır?

- A) $\sqrt{3}$ B) $\sqrt{5}$ C) $\sqrt{7}$ D) $\sqrt{8}$ E) $\sqrt{10}$

Çözüm 22

I. Yol

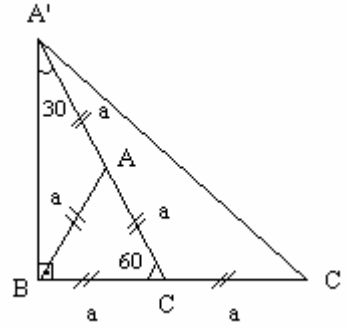
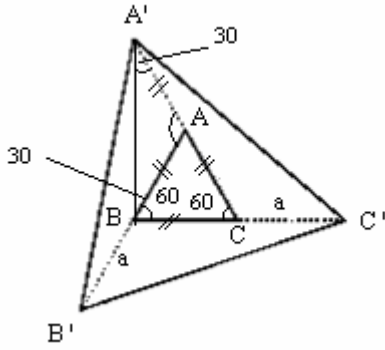


$$x^2 = a^2 + (2a)^2 - 2 \cdot a \cdot 2a \cdot \cos 120 \quad (\text{kosinüs teoremi}) \quad \left[\cos 120 = -\cos 60 = \frac{-1}{2} \right]$$

$$x^2 = 5a^2 - 4a^2 \cdot \left(\frac{-1}{2} \right) \quad x^2 = 5a^2 + 2a^2 \Rightarrow x^2 = 7a^2 \Rightarrow x = a\sqrt{7}$$

$$\frac{\text{çevre } (A'B'C')}{\text{çevre } (ABC)} = \frac{\sqrt{7}a + \sqrt{7}a + \sqrt{7}a}{a + a + a} = \frac{3\sqrt{7}a}{3a} = \sqrt{7}$$

II. Yol



ABC eşkenar üçgen olduğuna göre, $m(A) = m(B) = m(C) = 60$

$A'B \cong C'A \cong B'C$ (kenar - açı - kenar) $\Rightarrow A'B'C'$ üçgeni eşkenar üçgen olur.

$A'B$ çizilirse, $A'BC$ üçgeninde, $m(BAC) = 60 \Rightarrow m(A'AB) = 120$

$|AB| = |AA'| = a \Rightarrow A'AB$ üçgeni, ikizkenar olur.

$m(BA'C) = m(A'BA) = 30 \Rightarrow m(A'BC) = 30 + 60 = 90$

$A'BC$ dik üçgeninde,

$|BC| = a$, $|A'C| = 2a \Rightarrow (2a)^2 = a^2 + |A'B|^2$ (pisagor) $\Rightarrow |A'B| = a\sqrt{3}$

$A'BC'$ dik üçgeninde,

$|BC'| = 2a$, $|A'B| = a\sqrt{3} \Rightarrow |A'C'|^2 = (a\sqrt{3})^2 + (2a)^2$ (pisagor) $\Rightarrow |A'C'| = a\sqrt{7}$

$|A'C'| = a\sqrt{7} = |A'B'| = |B'C'| \Rightarrow \text{Çevre } (A'B'C') = 3\sqrt{7}a$

$|AB| = |BC| = |AC| = a \Rightarrow \text{Çevre } (ABC) = 3a$

$$\frac{\text{çevre } (A'B'C')}{\text{çevre } (ABC)} = \frac{3\sqrt{7}a}{3a} = \sqrt{7}$$

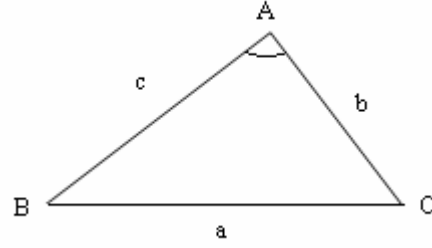
Not : Kosinüs teoremi

Bir ABC üçgeninde,

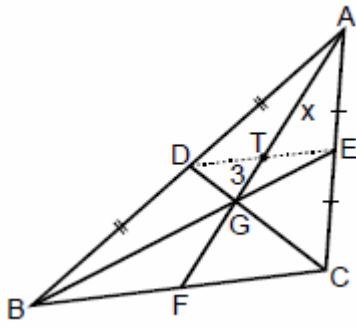
$$a^2 = b^2 + c^2 - 2.b.c.\cos(A)$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2.a.c.\cos(B)$$

$$c^2 = b^2 + a^2 - 2.a.b.\cos(C)$$



23.



ABC bir üçgen

$$|AD| = |DB|$$

$$|AE| = |EC|$$

$$|TG| = 3 \text{ cm}$$

$$|AT| = x$$

Yukarıdaki verilere göre, x kaç cm dir?

A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

Çözüm 23

Kenarortayların kesim noktası G ağırlık merkezi olduğuna göre, $|AG| = 2|GF|$

$$\Rightarrow x + 3 = 2 \cdot |GF| \Rightarrow |GF| = \frac{x+3}{2}$$

$$ADT \cong ABF \Rightarrow \frac{|AD|}{|AB|} = \frac{|AT|}{|AF|} = \frac{|DT|}{|BF|} \Rightarrow |AT| = |TF| = x$$

$$|GF| + |GT| = |TF| \Rightarrow \frac{x+3}{2} + 3 = x \Rightarrow \frac{x-3}{2} = 3 \Rightarrow x = 9$$

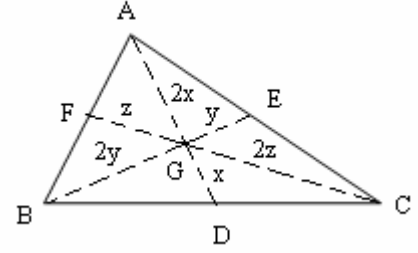
Not : Kenarortay

Bir üçgenin kenarortayları aynı bir noktada kesişirler.

Bu kesim noktasına G ağırlık merkezi denir.

$$|GD| = \frac{1}{3} \cdot |AD|$$

$$|AG| = \frac{2}{3} \cdot |AD|$$



Not :

[AD] , [BE] , [CF] kenarortaylar olsun.

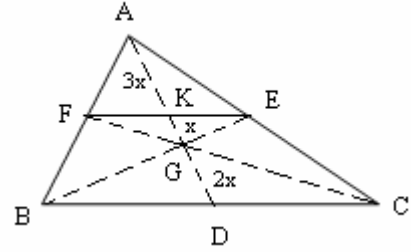
[FE] // [BC]

$$|FE| = \frac{|BC|}{2}$$

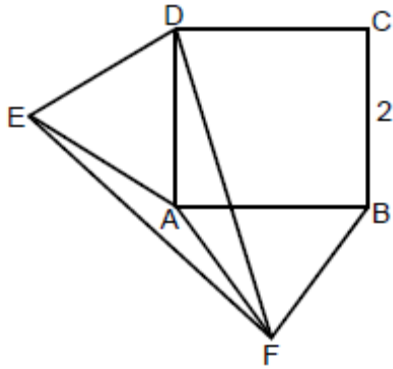
$$|AK| = |KD|$$

$$|KG| = |KD| - |GD|$$

$$|KG| = \frac{|AD|}{2} - \frac{|AD|}{3} = \frac{|AD|}{6}$$



24.

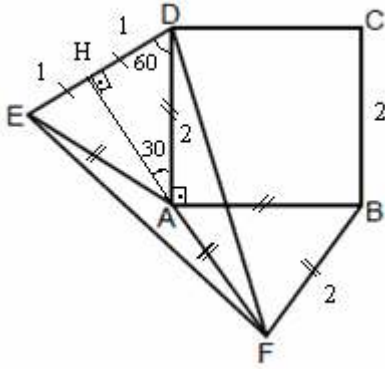


Yukarıdaki şekilde ABCD bir kenar uzunluğu 2 cm olan bir kare, DEA ve AFB birer eşkenar üçgendir.

Buna göre, DEF üçgeninin alanı kaç cm^2 dir?

- A) $1 + \sqrt{2}$ B) $2 + \sqrt{2}$ C) $3 + \sqrt{2}$ D) $2 + \sqrt{3}$ E) $3 + \sqrt{3}$

Çözüm 24



ADE eşkenar üçgeninde,

$AH \perp DE$ çizilirse,

$$|DH| = |HE| = 1$$

$$|AD| = 2$$

$$\Rightarrow 2^2 = 1^2 + |AH|^2 \text{ (Pisagor)}$$

$$\text{Yükseklik} = |AH| = \sqrt{3}$$

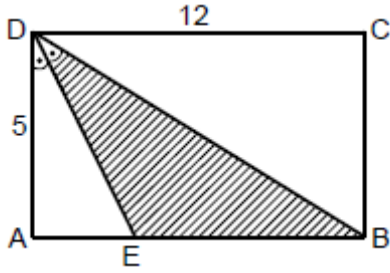
$DAF \cong EAD \Rightarrow F, A, H$ noktaları doğrusaldır.

DFE üçgeninde, yükseklik = $|HF| = |AH| + |AF| = \sqrt{3} + 2$

$$\text{alan (DEF)} = \frac{2 \cdot (2 + \sqrt{3})}{2} = 2 + \sqrt{3} \text{ elde edilir.}$$

Not : Eşkenar üçgende yükseklik , açıortay , kenarortay dikmeleri aynı doğrulardır.

25.



ABCD bir dikdörtgen

$$|DA| = 5 \text{ cm}$$

$$|DC| = 12 \text{ cm}$$

$$m(\angle ADE) = m(\angle EDB)$$

Yukarıdaki verilere göre, DEB taralı üçgeninin alanı kaç cm^2 dir?

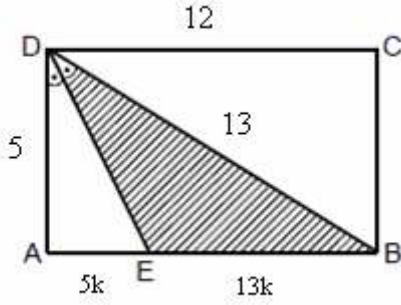
- A) $\frac{83}{4}$ B) $\frac{65}{3}$ C) $\frac{61}{3}$ D) $\frac{45}{2}$ E) $\frac{41}{2}$

Çözüm 25

$$\left. \begin{array}{l} |DA| = |BC| = 5 \\ |DC| = |AB| = 12 \end{array} \right\} |DB|^2 = 5^2 + 12^2 \text{ (pisagor)} \Rightarrow |DB| = 13$$

DAB üçgeninde, DE açıortay olduğuna göre, iç açıortay teoreminden,

$$\frac{|AD|}{|DB|} = \frac{|AE|}{|EB|} \Rightarrow \frac{|AE|}{|EB|} = \frac{5}{13} = \frac{5.k}{13.k} \Rightarrow |AE| = 5.k, |EB| = 13.k$$



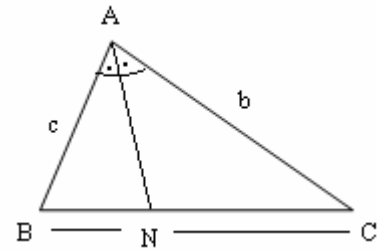
$$|AE| + |EB| = |AB| \Rightarrow 5k + 13k = 12 \Rightarrow 18k = 12 \Rightarrow k = \frac{2}{3}$$

$$|EB| = 13.k = 13 \cdot \frac{2}{3} = \frac{26}{3} \Rightarrow \text{Alan (DEB)} = \frac{\frac{26}{3} \cdot 5}{2} = \frac{130}{6} = \frac{65}{3}$$

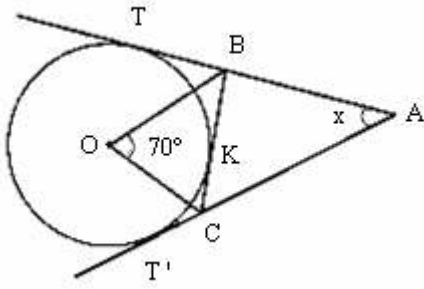
Not : Açıortay teoremi

Bir üçgende bir açının açıortayı karşı kenarı diğer kenarlar oranında böler.

$$\text{AN iç açıortay ise, } \frac{|NB|}{|NC|} = \frac{c}{b}$$



26.



AT , AT ' ve BC

O merkezli çembere teğet

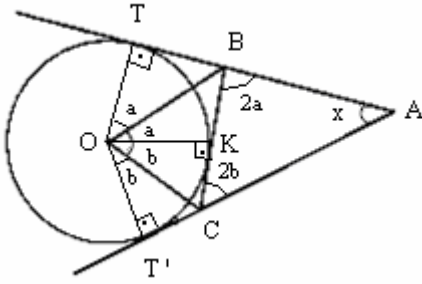
$$m(\text{BOC}) = 70^\circ$$

$$m(\text{BAC}) = x$$

Yukarıdaki verilere göre, x kaç derecedir?

- A) 25 B) 30 C) 35 D) 40 E) 45

Çözüm 26



OT , OT ' , OK çizilirse,

OB , OC açıortaydır.

$$m(\text{KOT}) = 2a \text{ olsun.}$$

$$m(\text{TOB}) = m(\text{KOB}) = a$$

$$m(\text{KOT}') = 2b \text{ olsun.}$$

$$m(\text{KOC}) = m(\text{COT}') = b$$

$$m(\text{COB}) = 70 \Rightarrow a + b = 70$$

$$m(\text{KOT}) = 2a$$

KOBT dörtgeninde, iç açılar toplamı = 360 olduğuna göre,

$$90 + 2a + 90 + m(\text{TBK}) = 360 \Rightarrow m(\text{TBK}) = 180 - 2a \Rightarrow m(\text{KBA}) = 2a \text{ olur.}$$

$$m(\text{KOT}') = 2b$$

CKOT' dörtgeninde, iç açılar toplamı = 360 olduğuna göre,

$$90 + 2b + 90 + m(\text{KCT}') = 360 \Rightarrow m(\text{KCT}') = 180 - 2b \Rightarrow m(\text{KCA}) = 2b \text{ olur.}$$

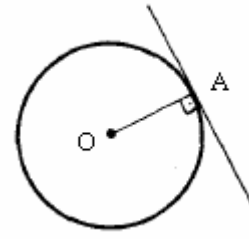
ABC üçgeninde, iç açılar toplamı = 180 olduğuna göre,

$$2a + 2b + x = 180 \Rightarrow 2.(a + b) + x = 180 \quad (a + b = 70 \text{ olduğuna göre,})$$

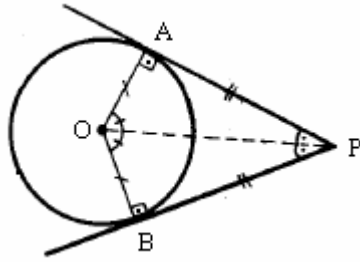
$$\Rightarrow 2.70 + x = 180 \Rightarrow x = 180 - 140 \Rightarrow x = 40$$

Not :

Yarıçap teğete değme noktasında diktir.



Not :

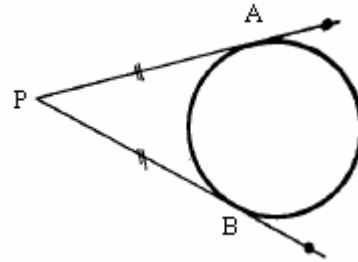


[OP] açıortaydır.

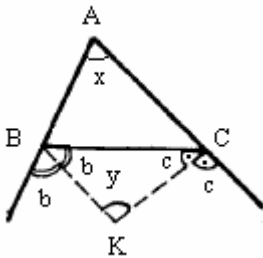
Not :

Bir çembere dışındaki bir noktadan çizilen teğet parçalarının uzunlukları eşittir.

$$|PA| = |PB|$$



Not :



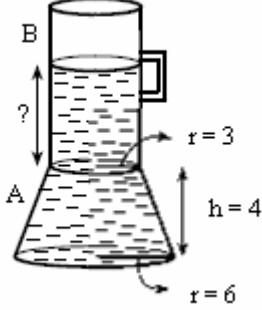
İki dış açıortayın kesişmesiyle oluşan açı, ABC üçgeninin dış açılar toplamı ve BDC üçgeninin iç açılar toplamını yazarsak,

$$180 - x + 2b + 2c = 360 \Rightarrow x + 180 = 2b + 2c \Rightarrow b + c = \frac{x}{2} + 90$$

$$b + c + y = 180 \Rightarrow b + c = 180 - y$$

$$\frac{x}{2} + 90 = 180 - y \Rightarrow x = 180 - 2y \text{ veya } y = 90 - \frac{x}{2}$$

27. Aşağıda verilen kahve yapma makinesi, taban yarıçapı 6 cm ve yüksekliği 4 cm olan kesik koni biçimindeki A parçası ile taban yarıçapı 3 cm olan yeterince yüksek silindir biçimindeki B parçasının şekildeki gibi birleştirilmesiyle oluşturulmuştur.

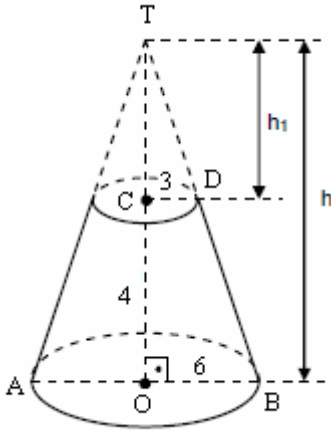


Kahve makinesi boşken B nin üstünden A kısmının hacminin 3 katı su konulduğunda B kısmında su kaç cm yükselir?

- A) $\frac{35}{2}$ B) $\frac{45}{2}$ C) $\frac{19}{3}$ D) $\frac{40}{3}$ E) $\frac{56}{3}$

Çözüm 27

A parçasının (kesik koninin) hacmi



Kesik koniyi tamamlarsak,

$$TCD \cong TOB \Rightarrow \frac{h_1}{h_1 + 4} = \frac{3}{6} \Rightarrow h_1 = 4$$

TAB konisinin yüksekliği = $h = 4 + 4 = 8$ olur.

$$\begin{aligned} \text{Kesik koninin hacmi} &= \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 6^2 \cdot 8 - \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 3^2 \cdot 4 \\ &= 96 \cdot \pi - 12 \cdot \pi \\ &= 84 \cdot \pi \end{aligned}$$

Kahve makinesi boşken B nin üstünden A kısmının hacminin 3 katı su konulduğunda, 2 katı kadar su miktarı B kısmında (silindirin içinde) bulunacağından,

Silindirdeki suyun hacmi = $2 \cdot (84 \cdot \pi) = 168 \cdot \pi$ olur.

Silindirdeki suyun yüksekliği = h olsun.

$$\text{B kısmında suyun oluşturduğu silindirin hacmi} = \pi \cdot 3^2 \cdot h = 168 \cdot \pi \Rightarrow h = \frac{168}{9} = \frac{56}{3}$$

28. A(1 , 2) , B(-1 , 3) ve C(0 , 1) noktaları için $(\vec{AB} + \vec{BC}) \cdot \vec{BC}$ iç (skaler) çarpımı kaçtır?

A) -2 B) -1 C) 1 D) 2 E) 3

Çözüm 28

I. Yol

$$A(1 , 2) , B(-1 , 3) \Rightarrow \vec{AB} = (-1 - 1 , 3 - 2) = (-2 , 1)$$

$$B(-1 , 3) , C(0 , 1) \Rightarrow \vec{BC} = (0 - (-1) , 1 - 3) = (1 , -2)$$

$$(\vec{AB} + \vec{BC}) = (-2 + 1 , 1 + (-2)) = (-1 , -1)$$

$$(\vec{AB} + \vec{BC}) \cdot \vec{BC} = (-1) \cdot 1 + (-1) \cdot (-2) = -1 + 2 = 1$$

II. Yol

$$\vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AC}$$

$$A(1 , 2) , C(0 , 1) \Rightarrow \vec{AC} = (0 - 1 , 1 - 2) = (-1 , -1)$$

$$B(-1 , 3) , C(0 , 1) \Rightarrow \vec{BC} = (0 - (-1) , 1 - 3) = (1 , -2)$$

$$(\vec{AB} + \vec{BC}) \cdot \vec{BC} = \vec{AC} \cdot \vec{BC} = (-1) \cdot 1 + (-1) \cdot (-2) = -1 + 2 = 1$$

Not : $\vec{A} = (x_1 , y_1)$, $\vec{B} = (x_2 , y_2)$ vektörleri için \vec{AB} vektörünü bulmak için, bitim noktasının koordinatlarından başlangıç noktasının koordinatları çıkarılır.

Buna göre, $\vec{AB} = (x_2 - x_1 , y_2 - y_1)$

Not : Vektörlerin toplamı

$$\vec{A} = (x_1 , y_1) , \vec{B} = (x_2 , y_2) \text{ vektörleri için } \vec{A} + \vec{B} = (x_1 + x_2 , y_1 + y_2)$$

Not : Vektörlerin skaler (iç) çarpımı

Öklid iç çarpımı denilen bu iç çarpım $\vec{A} = (x_1, y_1)$, $\vec{B} = (x_2, y_2)$ vektörleri için

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2 \text{ biçiminde tanımlanır.}$$

Sonuç bir skaler (sayı) çıktığından bu çarpıma skaler çarpım da denir.

29. $x^2 + y^2 - 4 = 0$

$$x^2 + y^2 - 8x + 6y + 24 = 0$$

Yukarıda denklemleri verilen iki çember arasındaki en kısa uzaklık (birbirine en yakın noktaları arasındaki uzaklık) kaç birimdir?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) $\frac{5}{2}$ E) $\frac{7}{2}$

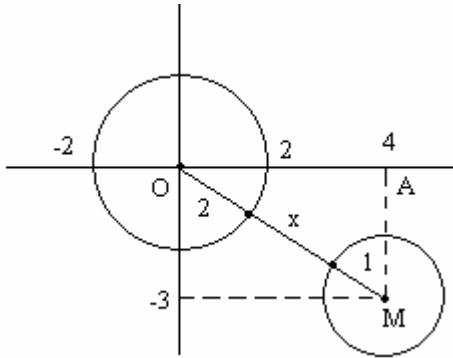
Çözüm 29

$$x^2 + y^2 - 4 = 0 \Rightarrow x^2 + y^2 = 2^2$$

(yarıçapı = 2 ve merkezi = (0, 0) olan çember)

$$x^2 + y^2 - 8x + 6y + 24 = 0 \Rightarrow (x - 4)^2 + (y + 3)^2 = 1$$

(yarıçapı = 1 ve merkezi = (4, -3) olan çember)



$$|OA| = 4 \text{ ve } |MA| = 3 \Rightarrow |OM| = 5$$

(pisagor)

Veya

İki nokta arasındaki uzaklıktan,

O(0, 0) ve M(4, -3) ise

$$|OM| = \sqrt{(4-0)^2 + (-3-0)^2} = 5$$

$$|OM| = 2 + x + 1 \Rightarrow 2 + x + 1 = 5 \Rightarrow x = 2$$

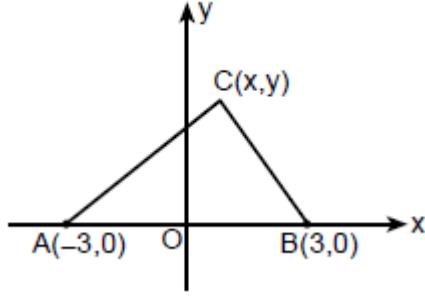
Not : Çemberin denklemi

$$\text{Merkezi} = (a, b), \text{yarıçapı} = r \Rightarrow (x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$$

Not : İki nokta arasındaki uzaklık

$$A(x_1, y_1) \text{ ve } B(x_2, y_2) \Rightarrow |AB| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

30.



Şekilde verilen ABC üçgeninin [AC] ve [BC] kenarlarının eğimleri çarpımı $\frac{-4}{9}$ olduğuna göre, C köşesinin koordinatları aşağıdaki denklemlerden hangisini sağlar?

A) $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{6} = 1$ B) $\frac{x^2}{8} - \frac{y^2}{18} = 1$ C) $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{8} = 1$ D) $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$ E) $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} = 1$

Çözüm 30

I. Yol

$$[AC] \text{ nin eğimi} = \frac{y-0}{x-(-3)} = \frac{y}{x+3}$$

$$[BC] \text{ nin eğimi} = \frac{y-0}{x-3} = \frac{y}{x-3}$$

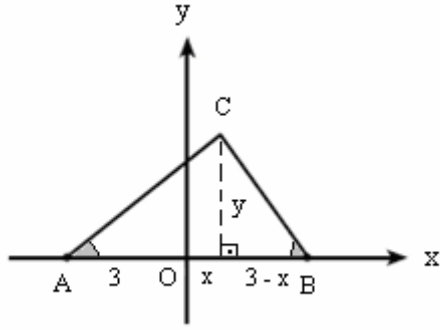
$$\frac{y}{x+3} \cdot \frac{y}{x-3} = \frac{-4}{9} \Rightarrow \frac{y^2}{x^2-3^2} = \frac{-4}{9} \Rightarrow 9 \cdot y^2 = -4 \cdot (x^2-9) \Rightarrow 9 \cdot y^2 + 4 \cdot x^2 = 36$$

$$\Rightarrow \frac{9 \cdot y^2}{36} + \frac{4x^2}{36} = \frac{36}{36} \Rightarrow \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1 \text{ elde edilir.}$$

Not : İki noktası bilinen doğrunun eğimi

$$A(x_1, y_1) \text{ ve } B(x_2, y_2) \Rightarrow [AB] \text{ nin eğimi} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}$$

II. Yol



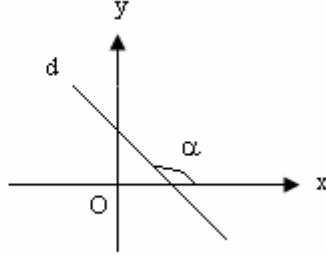
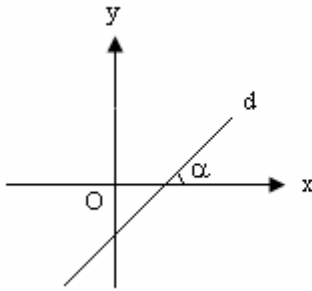
$$[AC] \text{ nin eğimi} = \frac{y}{x+3}$$

$$[BC] \text{ nin eğimi} = -\left(\frac{y}{3-x}\right) = -\left(\frac{y}{-(x-3)}\right) = \frac{y}{x-3}$$

$$\frac{y}{x+3} \cdot \frac{y}{x-3} = \frac{-4}{9} \Rightarrow \frac{y^2}{x^2-3^2} = \frac{-4}{9} \Rightarrow 9 \cdot y^2 = -4 \cdot (x^2-9) \Rightarrow 9 \cdot y^2 + 4 \cdot x^2 = 36$$

$$\Rightarrow \frac{9 \cdot y^2}{36} + \frac{4x^2}{36} = \frac{36}{36} \Rightarrow \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1 \text{ elde edilir.}$$

Not :



Şekildeki α açısına d doğrusunun eğim açısı, “ $\tan\alpha$ ” ya bu doğrunun eğimi denir.

$$0 < \alpha < 90 \Rightarrow m = \tan\alpha > 0$$

$$90^\circ < \alpha < 180^\circ \Rightarrow m = \tan\alpha < 0$$

Uyarı : Bir doğrunun x ekseninin pozitif tarafı ile yaptığı açıya eğim açısı ve eğim açısının tanjantına da eğim denir.

Adnan ÇAPRAZ

adnancapraz@yahoo.com

AMASYA