

Öğrenci Seçme Sınavı (Öss) / 15 Haziran 2008

Matematik II Soruları ve Çözümleri

1.  $1 - \frac{1}{x} = 3$  olduğuna göre, x kaçtır?

- A) -3    B) -2    C) -1    D)  $\frac{-1}{2}$     E)  $\frac{-3}{2}$

Çözüm 1

$$\begin{aligned} 1 - \frac{1}{x} = 3 &\Rightarrow \frac{x-1}{x} = 3 \Rightarrow \frac{x-1}{x} \cdot \frac{x}{x+1} = 3 \Rightarrow \frac{x-1}{x+1} = 3 \Rightarrow x-1 = 3x+3 \\ &\Rightarrow x = -2 \end{aligned}$$

2.  $\left(\frac{x}{x+y} - \frac{x-y}{x}\right) : \left(\frac{x}{x-y} - \frac{x+y}{x}\right)$  ifadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdakilerden

hangisidir?

- A) 1    B) x    C) y    D)  $\frac{x+y}{x-y}$     E)  $\frac{x-y}{x+y}$

Çözüm 2

$$\begin{aligned} \left(\frac{x}{x+y} - \frac{x-y}{x}\right) : \left(\frac{x}{x-y} - \frac{x+y}{x}\right) &= \left(\frac{x \cdot x - (x+y) \cdot (x-y)}{x \cdot (x+y)}\right) : \left(\frac{x \cdot x - (x-y) \cdot (x+y)}{x \cdot (x-y)}\right) \\ &= \frac{1}{\frac{x \cdot (x+y)}{x \cdot (x-y)}} = \frac{x \cdot (x-y)}{x \cdot (x+y)} = \frac{x-y}{x+y} \end{aligned}$$

3.  $x = \frac{1}{y+2}$  olduğuna göre,  $y + yx + 2x - \frac{1}{x} + 3$  ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 6    B) 5    C) 4    D) 3    E) 2

Çözüm 3

$$x = \frac{1}{y+2} \Rightarrow xy + 2x = 1$$

$$y + yx + 2x - \frac{1}{x} + 3 = y + 1 - \frac{1}{x} + 3 = y - \frac{1}{x} + 4 = y - \frac{1}{\frac{1}{y+2}} + 4 = y - (y+2) + 4 = 2$$

4.  $\left. \begin{array}{l} -3 \leq a \leq 1 \\ -2 \leq b \leq 2 \end{array} \right\}$  olduğuna göre,  $a^2 + b^3$  ifadesinin değeri hangi aralıktadır?

- A)  $[-17, 17]$     B)  $[-13, 8]$     C)  $[-8, 17]$     D)  $[-7, 7]$     E)  $[-7, 1]$

Çözüm 4

$$-3 \leq a \leq 1, a = \{-3, -2, -1, 0, 1\} \Rightarrow 0 \leq a^2 \leq 9, a^2 = \{0, 1, 4, 9\}$$

$$-2 \leq b \leq 2, b = \{-2, -1, 0, 1, 2\} \Rightarrow \underline{-8 \leq b^3 \leq 8}, b^3 = \{-8, -1, 0, 1, 8\}$$

$$(0 - 8) \leq a^2 + b^3 \leq (9 + 8)$$

$$\Rightarrow -8 \leq a^2 + b^3 \leq 17 \Rightarrow [-8, 17]$$

5. Pozitif x gerçel sayıları için  $|x - 1| < k$  olması,  $|\sqrt{x} - 1| < 0,1$  olmasını gerektiriyorsa k'nın alabileceği en büyük değer kaçtır?

- A) 0,11    B) 0,19    C) 0,25    D) 0,29    E) 0,31

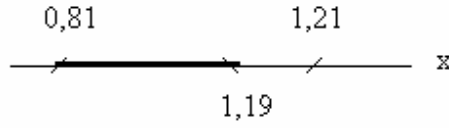
### Çözüm 5

$$|\sqrt{x} - 1| < 0,1 \Rightarrow -0,1 < \sqrt{x} - 1 < 0,1 \Rightarrow 1 - 0,1 < \sqrt{x} < 0,1 + 1 \Rightarrow 0,9 < \sqrt{x} < 1,1$$

$$\Rightarrow (0,9)^2 < x < (1,1)^2 \Rightarrow 0,81 < x < 1,21$$

$$|x - 1| < k \Rightarrow -k < x - 1 < k \Rightarrow 1 - k < x < k + 1$$

$$1 - k \geq 0,81 \Rightarrow k \leq 0,19 \quad (\text{k nin alabileceği en büyük değer} = 0,19)$$



6.  $z_1$  ve  $z_2$  karmaşık sayıları  $z^2 = i$  denkleminin kökleridir.

Karmaşık düzlemde  $z_1$  ve  $z_2$  noktaları arasındaki uzaklık kaç birimdir?

- A)  $\frac{1}{4}$    B)  $\frac{1}{2}$    C) 1   D) 2   E) 4

### Çözüm 6

$$z^2 = i \Rightarrow z^2 = 0 + 1.i = 1.(\cos \frac{\pi}{2} + \sin \frac{\pi}{2}.i) = \cos \frac{\pi}{2} + \sin \frac{\pi}{2}.i$$

$$z_1 = \sqrt{i} = (i)^{\frac{1}{2}} = (0 + 1.i)^{\frac{1}{2}} = [\sqrt{0^2 + 1^2} . (\cos \frac{\pi}{2} + \sin \frac{\pi}{2}.i)]^{\frac{1}{2}} = [1.(\cos \frac{\pi}{2} + \sin \frac{\pi}{2}.i)]^{\frac{1}{2}}$$

$$= \cos(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{1}{2}) + \sin(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{1}{2}).i = \cos \frac{\pi}{4} + \sin \frac{\pi}{4}.i = \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}.i$$

$$z_2 = -\sqrt{i} = -(i)^{\frac{1}{2}} = -(0 + 1.i)^{\frac{1}{2}} = -[\sqrt{0^2 + 1^2} . (\cos \frac{\pi}{2} + \sin \frac{\pi}{2}.i)]^{\frac{1}{2}} = -[1.(\cos \frac{\pi}{2} + \sin \frac{\pi}{2}.i)]^{\frac{1}{2}}$$

$$= -[\cos(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{1}{2}) + \sin(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{1}{2}).i] = -\cos \frac{\pi}{4} - \sin \frac{\pi}{4}.i = -\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}.i$$

$$|z_1 - z_2| = \sqrt{(\frac{\sqrt{2}}{2} - (-\frac{\sqrt{2}}{2}))^2 + (\frac{\sqrt{2}}{2} - (-\frac{\sqrt{2}}{2}))^2} = \sqrt{2+2} = \sqrt{4} = 2$$

Not : Karmaşık sayıları arasındaki uzaklık

$$z_1 = a + bi \text{ ve } z_2 = c + di \Rightarrow |z_1 - z_2| = \sqrt{(a - c)^2 + (b - d)^2}$$

Not : Karmaşık sayının mutlak değeri (modülü)

$$z = a + b.i \Rightarrow |z| = \sqrt{a^2 + b^2}$$

Not : Bir karmaşık sayının kuvveti (de Moivre formülü)

$$z = |z| \cdot (\cos x + i \cdot \sin x) \Rightarrow z^n = |z|^n \cdot (\cos(n \cdot x) + i \cdot \sin(n \cdot x))$$

Not : Karmaşık sayının kutupsal (trigonometrik) biçimi

$$z = r \cdot (\cos \theta + i \cdot \sin \theta) = r \cdot \text{cis} \theta$$

7. n pozitif tam sayı olduğuna göre,

$[n! + \sum_{k=0}^8 (n+k)! \cdot (n+k)]$  toplamı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $(n+7)!$     B)  $(n+8)!$     C)  $(n+9)!$     D)  $(2n+8)!$     E)  $(2n+10)!$

Çözüm 7

$$[n! + \sum_{k=0}^8 (n+k)! \cdot (n+k)] = [n! + \sum_{k=0}^8 (n+k)! \cdot (n+k+1-1)] = [n! + \sum_{k=0}^8 (n+k)! \cdot [(n+k+1)-1]]$$

$$= [n! + \sum_{k=0}^8 (n+k)! \cdot (n+k+1) - (n+k)!] = [n! + \sum_{k=0}^8 (n+k+1)! - (n+k)!]$$

k = 0 için, (n + 1)! - n!

k = 1 için, (n + 2)! - (n + 1)!

k = 2 için, (n + 3)! - (n + 2)!

k = 3 için, (n + 4)! - (n + 3)!

.....

k = 7 için, (n + 8)! - (n + 7)!

k = 8 için, (n + 9)! - (n + 8)! (topla)

$$(n + 9)! - n! \Rightarrow \sum_{k=0}^8 (n+k+1)! - (n+k)! = (n + 9)! - n! \text{ elde edilir.}$$

$$[n! + \sum_{k=0}^8 (n+k)! \cdot (n+k)] = [n! + \sum_{k=0}^8 (n+k+1)! - (n+k)!] = n! + (n + 9)! - n! = (n + 9)!$$

8. { e, a, b, c, d } kümesi üzerinde • işlemi aşağıdaki tablo ile verilmiştir.

•	e	a	b	c	d
e	e	a	b	c	d
a	a	b	c	d	e
b	b	c	d	e	a
c	c	d	e	a	b
d	d	e	a	b	c

Bu işlemin birleşme özeliği bulunduğu bilindiğine göre,  $d^{23} = \underline{d \cdot d \cdot \dots \cdot d}$  ne olur?

23 tane

- A) a    B) b    C) c    D) d    E) e

Çözüm 8

•	e	a	b	c	d
e	e	a	b	c	d
a	a	b	c	d	e
b	b	c	d	e	a
c	c	d	e	a	b
d	d	e	a	b	c

{ e, a, b, c, d } kümesi üzerinde • işleminde,  
Etkisiz eleman = e olur.

$$d = d$$

$$\Rightarrow d^1 = d$$

$$d \cdot d = c$$

$$\Rightarrow d^2 = c$$

$$d \cdot d \cdot d = c \cdot d = b$$

$$\Rightarrow d^3 = b$$

$$d \cdot d \cdot d \cdot d = b \cdot d = a$$

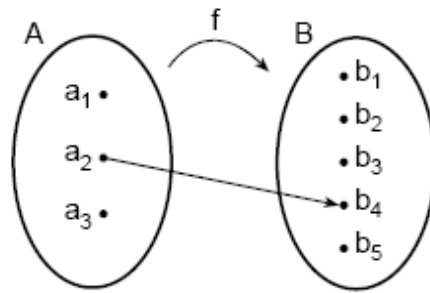
$$\Rightarrow d^4 = a$$

$$d \cdot d \cdot d \cdot d \cdot d = a \cdot d = e$$

$$\Rightarrow d^5 = e \text{ (e etkisiz eleman)}$$

$$d^5 = e \Rightarrow d^{23} = d^{20+3} = (d^5)^{4+3} = (d^5)^4 \cdot d^3 = e^4 \cdot d^3 = e \cdot b = b \text{ elde edilir.}$$

9. Aşağıda  $A = \{a_1, a_2, a_3\}$  ve  $B = \{b_1, b_2, b_3, b_4, b_5\}$  kümeleri verilmiştir.



A dan B ye  $f(a_2) = b_4$  olacak biçimde kaç tane birebir f fonksiyonu tanımlanabilir?

- A) 24    B) 20    C) 16    D) 12    E) 10

### Çözüm 9

$$a_2 \rightarrow b_4$$

$$\left. \begin{array}{l} a_1 \rightarrow \{b_1, b_2, b_3, b_5\} \Rightarrow 5 - 1 = 4 \\ a_3 \rightarrow \{\dots\dots\dots\} \Rightarrow 4 - 1 = 3 \end{array} \right\} 4 \cdot 3 = 12 \text{ tane birebir f fonksiyonu tanımlanabilir.}$$

10.  $x^2 - ax + 16 = 0$  denkleminin kökleri  $x_1$  ve  $x_2$  dir.

$$\frac{1}{\sqrt{x_1}} + \sqrt{x_2} = 5 \text{ olduğuna göre, a kaçtır?}$$

- A) 10    B) 12    C) 14    D) 15    E) 17

### Çözüm 10

$$x^2 - ax + 16 = 0 \Rightarrow x_1 \cdot x_2 = 16$$

$$\frac{1}{\sqrt{x_1}} + \sqrt{x_2} = 5 \Rightarrow \frac{1 + \sqrt{x_2} \cdot \sqrt{x_1}}{\sqrt{x_1}} = 5 \Rightarrow \frac{1 + \sqrt{x_2 \cdot x_1}}{\sqrt{x_1}} = 5 \Rightarrow 1 + \sqrt{16} = 5\sqrt{x_1}$$

$$\Rightarrow 1 + 4 = 5\sqrt{x_1} \Rightarrow 5\sqrt{x_1} = 5 \Rightarrow \sqrt{x_1} = 1 \Rightarrow x_1 = 1$$

$$x^2 - ax + 16 = 0, x_1 = 1 \text{ için } \Rightarrow 1 - a \cdot 1 + 16 = 0 \Rightarrow a = 17 \text{ elde edilir.}$$

Not : İkinci Derece Denkleminin Kökleri ile Katsayıları Arasındaki Bağlılıklar

$ax^2 + bx + c = 0$  denkleminin kökleri  $x_1$  ve  $x_2$  ise

$$\text{kökler toplamı : } x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$$

$$\text{kökler çarpımı : } x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$$

11.  $\log_4 9 + \log_2(a-3) < 4$  eşitsizliğini sağlayan kaç tane a tam sayısı vardır?

- A) 3    B) 4    C) 5    D) 6    E) 7

Çözüm 11

$$\log_4 9 + \log_2(a-3) < 4 \Rightarrow \log_2 3^2 + \log_2(a-3) < 4 \Rightarrow \frac{2}{2} \log_2 3 + \log_2(a-3) < 4$$

$$\Rightarrow \log_2 3 + \log_2(a-3) < 4 \Rightarrow \log_2(3.(a-3)) < 4 \Rightarrow 3.(a-3) < 2^4 \Rightarrow 3a - 9 < 16$$

$$\Rightarrow 3a < 25 \Rightarrow a < \frac{25}{3} \quad ((a-3) > 0) \Rightarrow a = \{4, 5, 6, 7, 8\} \text{ , 5 tane tam sayı bulunur.}$$

12.  $\sin 2x = a$  , olduğuna göre,

$(\sin x + \cos x)^2$  ifadesinin a türünden değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $a + 1$     B)  $2a + 1$     C)  $2a + 2$     D)  $a^2 + 1$     E)  $2a^2 + 1$

Çözüm 12

$$(\sin x + \cos x)^2 = \cos^2 x + 2.\sin x.\cos x + \sin^2 x = (\cos^2 x + \sin^2 x) + 2.\sin x.\cos x = 1 + \sin 2x = 1 + a$$

Not :

$$\sin 2x = 2.\sin x.\cos x$$

$$\cos^2 x + \sin^2 x = 1$$

13.  $\cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$  olduğuna göre,  $\tan x$  kaçtır?

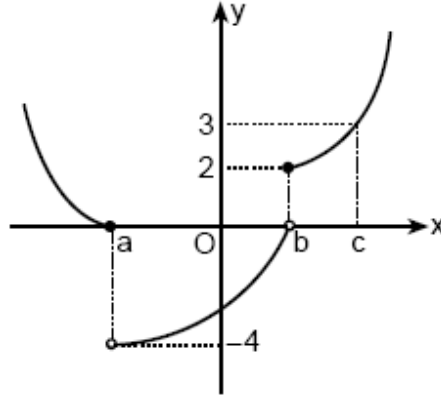
- A)  $\frac{-\sqrt{3}}{3}$     B)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$     C)  $-1$     D)  $-\sqrt{3}$     E)  $\sqrt{3}$



Çözüm 13

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \Rightarrow -\sin x = \cos x \Rightarrow \frac{-\sin x}{\cos x} = 1 \Rightarrow \tan x = -1$$

14.



Yukarıda  $f(x)$  fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre,  $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) + \lim_{x \rightarrow b^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow c^+} f(x)$  toplamı kaçtır?

- A) -2    B) -1    C) 0    D) 1    E) 3

Çözüm 14

$$\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) + \lim_{x \rightarrow b^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow c^+} f(x) = (-4) + 0 + 3 = -1$$

15.  $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 - 4x} - x)$  limitinin değeri kaçtır?

- A) -4    B) -2    C) 0    D) 2    E) 4

## Çözüm 15

### I. Yol

$$\sqrt{x^2 - 4x} = \sqrt{1} \cdot \sqrt{\left(x - \frac{4}{2 \cdot 1}\right)^2} = |x - 2|$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 - 4x} - x) = \lim_{x \rightarrow \infty} (|x - 2| - x) = -2 \text{ elde edilir.}$$

### II. Yol

$\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 - 4x} - x) = \infty - \infty$  belirsizliği vardır. (Pay ve paydayı eşleniği ile çarpıp - bölelim.)

$$(\sqrt{x^2 - 4x} - x) \cdot \frac{(\sqrt{x^2 - 4x} + x)}{(\sqrt{x^2 - 4x} + x)} = \frac{(x^2 - 4x) - x^2}{(\sqrt{x^2 - 4x} + x)} = \frac{-4x}{(\sqrt{x^2 - 4x} + x)}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 - 4x} - x) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-4x}{\sqrt{x^2 - 4x} + x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-4x}{\sqrt{x^2 \cdot \left(1 - \frac{4}{x}\right)} + x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-4x}{x \cdot \sqrt{\left(1 - \frac{4}{x}\right)} + x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-4x}{x \cdot \left(\sqrt{\left(1 - \frac{4}{x}\right)} + 1\right)} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-4}{\left(\sqrt{\left(1 - \frac{4}{x}\right)} + 1\right)} = \frac{-4}{\sqrt{1 - \frac{4}{\infty}} + 1} = \frac{-4}{\sqrt{1 - 0} + 1} = \frac{-4}{1 + 1} = \frac{-4}{2} = -2$$

Not :

$$\left. \begin{aligned} f(x) &= \sqrt{ax^2 + bx + c} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a}} \\ g(x) &= \sqrt{a} \cdot \sqrt{\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2} = \sqrt{a} \cdot \left|x + \frac{b}{2a}\right| \end{aligned} \right\} \lim_{x \rightarrow \mp\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \mp\infty} g(x) \text{ olur.}$$

16.  $y = 7x - k$  doğrusu  $y = \frac{x^4}{4} - x + 2$  fonksiyonunun grafiğine teğet olduğuna göre,  $k$  kaçtır?

- A) -9    B) -8    C) -7    D) 8    E) 10

Çözüm 16

Doğru ile fonksiyonun grafiği teğet olduğuna göre, eğimleri eşittir.

$$\left. \begin{array}{l} y = \frac{x^4}{4} - x + 2 \Rightarrow y' = \frac{4 \cdot x^3}{4} - 1 = x^3 - 1 \text{ (fonksiyonun eğimi)} \\ y = 7x - k \Rightarrow m_d = 7 \text{ (doğrunun eğimi)} \end{array} \right\} x^3 - 1 = 7 \Rightarrow x = 2$$

$$x = 2 \text{ için, } y = \frac{2^4}{4} - 2 + 2 \Rightarrow y = 4$$

$$y = 7x - k \text{ doğru denkleminde, } (x = 2 \text{ ve } y = 4) \Rightarrow 4 = 7 \cdot 2 - k \Rightarrow k = 10 \text{ bulunur.}$$

17.  $\frac{\pi}{4}$  noktasında türevlenebilir bir  $f$  fonksiyonu için  $2f(x) + f\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \tan x$

olduğuna göre,  $f'\left(\frac{\pi}{4}\right)$  değeri kaçtır?

- A) 1    B) 2    C) 3    D) 4    E) 5

Çözüm 17

$$2f(x) + f\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \tan x \Rightarrow 2f'(x) + f'\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \cdot (-x)' = 1 + \tan^2 x$$

$$\Rightarrow 2f'(x) - f'\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = 1 + \tan^2 x$$

$$x = \frac{\pi}{4} \text{ için, } 2f'\left(\frac{\pi}{4}\right) - f'\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{4}\right) = 1 + \tan^2 \frac{\pi}{4} \Rightarrow 2f'\left(\frac{\pi}{4}\right) - f'\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1 + \tan^2 \frac{\pi}{4}$$

$$\Rightarrow f'\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1 + 1 = 2 \text{ elde edilir.}$$

18.  $f(x) = 2x^3 + ax^2 + (b + 1)x - 3$  fonksiyonunun  $x = -1$  de yerel ekstremum ve

$x = \frac{-1}{12}$  de dönüm (büküm) noktası olduğuna göre,  $a \cdot b$  çarpımı kaçtır?

A) -3    B) -2    C) 4    D) 6    E) 12

Çözüm 18

$$f(x) = 2x^3 + ax^2 + (b + 1)x - 3 \Rightarrow f'(-1) = 0 \text{ (yerel ekstremum noktası)}$$

$$f'(x) = 6x^2 + 2ax + (b + 1) \Rightarrow f'(-1) = 6 \cdot (-1)^2 + 2a \cdot (-1) + b + 1 = 0 \Rightarrow 2a - b = 7$$

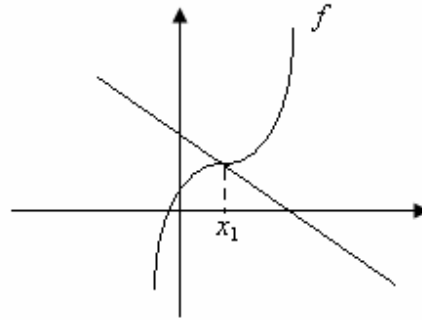
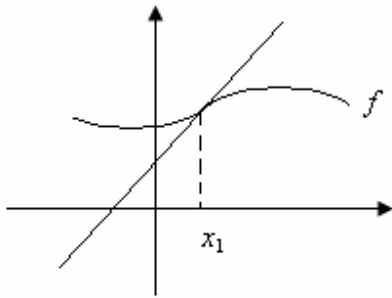
$$f''\left(\frac{-1}{12}\right) = 0 \text{ (dönüm noktası)} \Rightarrow f''(x) = 12x + 2a$$

$$\Rightarrow f''\left(\frac{-1}{12}\right) = 12 \cdot \left(\frac{-1}{12}\right) + 2a = 0 \Rightarrow a = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow 2a - b = 7 \Rightarrow 2 \cdot \frac{1}{2} - b = 7 \Rightarrow b = -6 \quad \left. \vphantom{\begin{matrix} \Rightarrow f''\left(\frac{-1}{12}\right) = 12 \cdot \left(\frac{-1}{12}\right) + 2a = 0 \\ \Rightarrow 2a - b = 7 \end{matrix}} \right\} \text{ O halde, } a \cdot b = \frac{1}{2} \cdot (-6) = -3 \text{ olur.}$$

Not : Dönüm Noktası

Sürekli bir fonksiyonun çukurluğunun yön değiştirdiği (konvekslikten konkavlığa ya da konkavlıktan konveksliğe geçtiği) noktaya dönüm yada büküm noktası denir.



Yukarıdaki şekillerde görülen  $f$  fonksiyonları için  $x = x_1$  bir dönüm noktasıdır.

$$x_1 \text{ noktası } f \text{ nin bir dönüm noktası ise } f''(x_1) = 0$$

Not : Fermat Teoremi

$f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  fonksiyonunun  $x_0 \in (a, b)$  noktasında bir yerel minimumu veya maksimumu varsa ve  $f$  fonksiyonu  $x_0$  noktasında türevli ise  $f'(x_0) = 0$  dır.

19.  $b > 0$  olduğuna göre,  $\int_0^b (2x - x^2) dx$  integralinin alabileceği en büyük değer kaçtır?

- A)  $\frac{1}{2}$    B)  $\frac{3}{2}$    C)  $\frac{5}{2}$    D)  $\frac{1}{3}$    E)  $\frac{4}{3}$

Çözüm 19

$$\int_0^b (2x - x^2) dx = \left( x^2 - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_0^b = \left[ \left( b^2 - \frac{b^3}{3} \right) - (0) \right] = b^2 - \frac{b^3}{3} \quad (b > 0)$$

$$\left( b^2 - \frac{b^3}{3} \right) \text{ ün en büyük değeri} = ? \Rightarrow \left( b^2 - \frac{b^3}{3} \right)' = 0 \text{ olmalıdır.}$$

$$\left( b^2 - \frac{b^3}{3} \right)' = 0 \Rightarrow 2b - b^2 = 0 \Rightarrow [b \cdot (2 - b)] = 0, \quad b = 0 \text{ veya } b = 2$$

	$-\infty$	0	2	$+\infty$
$2b - b^2 = 0$	-	+	-	
		$\swarrow$	$\searrow$	$\swarrow$

$$b = 2 \text{ için, } \left( b^2 - \frac{b^3}{3} \right) = \left( 2^2 - \frac{2^3}{3} \right) = \left( 4 - \frac{8}{3} \right) = \frac{4}{3} \text{ bulunur.}$$

20.  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \left| \sin x - \frac{1}{2} \right| dx$  integralinin değeri kaçtır?

- A)  $\sqrt{3} - \frac{\pi}{12} - 1$     B)  $\sqrt{3} - \frac{\pi}{6} - 1$     C)  $\sqrt{3} - \frac{\pi}{4} - 1$     D)  $2\sqrt{3} - \frac{\pi}{4} - \frac{3}{2}$     E)  $2\sqrt{3} - \frac{\pi}{2} - \frac{1}{2}$

Çözüm 20

$$\sin x - \frac{1}{2} = 0 \Rightarrow \sin x = \frac{1}{2} \Rightarrow x = \frac{\pi}{6}$$

$$0 < x < \frac{\pi}{6} \Rightarrow \left| \sin x - \frac{1}{2} \right| = \frac{1}{2} - \sin x$$

$$\frac{\pi}{6} < x < \frac{\pi}{2} \Rightarrow \left| \sin x - \frac{1}{2} \right| = \sin x - \frac{1}{2}$$

	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{2}$
$\sin x - \frac{1}{2}$			
	-----		+++++
	-( $\sin x - \frac{1}{2}$ )		$\sin x - \frac{1}{2}$
	$\frac{1}{2} - \sin x$		

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \left| \sin x - \frac{1}{2} \right| dx = \int_0^{\frac{\pi}{6}} \left( \frac{1}{2} - \sin x \right) dx + \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \left( \sin x - \frac{1}{2} \right) dx$$

$$= \left( \frac{1}{2}x + \cos x \right) \Big|_0^{\frac{\pi}{6}} + \left( -\cos x - \frac{1}{2}x \right) \Big|_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} = \left( \frac{1}{2}x + \cos x \right) \Big|_0^{\frac{\pi}{6}} - \left( \cos x + \frac{1}{2}x \right) \Big|_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}}$$

$$\Rightarrow \left[ \left( \frac{1}{2} \cdot \frac{\pi}{6} + \cos \frac{\pi}{6} \right) - \left( \frac{1}{2} \cdot 0 + \cos 0 \right) \right] - \left[ \left( \cos \frac{\pi}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{\pi}{2} \right) - \left( \cos \frac{\pi}{6} + \frac{1}{2} \cdot \frac{\pi}{6} \right) \right]$$

$$\Rightarrow \left[ \left( \frac{\pi}{12} + \frac{\sqrt{3}}{2} \right) - (1) \right] - \left[ \left( 0 + \frac{\pi}{4} \right) - \left( \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\pi}{12} \right) \right] = \frac{\pi}{12} + \frac{\sqrt{3}}{2} - 1 - \frac{\pi}{4} + \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\pi}{12} = \sqrt{3} - \frac{\pi}{12} - 1$$

21.  $\int_e^{e^2} \frac{dx}{x \cdot (\ln x)^2}$  integralinin değeri kaçtır?

- A)  $\frac{1}{2}$    B)  $\frac{3}{2}$    C) 1   D) 2   E) 4

Çözüm 21

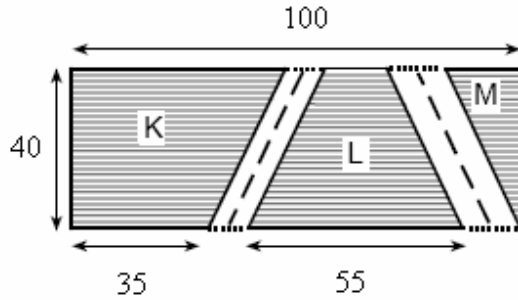
$u = \ln x$  dönüşümü yapılırsa,  $du = \frac{1}{x} dx$

$x = e^2 \Rightarrow u = \ln e^2 = 2 \ln e = 2$

$x = e \Rightarrow u = \ln e = 1$

$$\int_1^2 \frac{x du}{x \cdot (u)^2} = \int_1^2 \frac{du}{u^2} = \int_1^2 u^{-2} du = \frac{u^{-2+1}}{-2+1} \Big|_1^2 = \frac{u^{-1}}{-1} \Big|_1^2 = \frac{-1}{u} \Big|_1^2 = \left( \frac{-1}{2} - \frac{-1}{1} \right) = \frac{-1}{2} + 1 = \frac{1}{2}$$

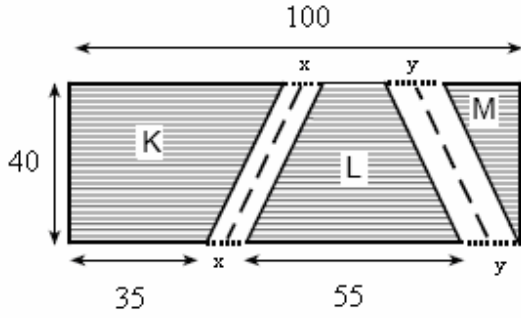
22. Aşağıdaki şekilde, eni 40 m ve boyu 100 m olan dikdörtgen biçiminde bir park, parkın içinden geçen paralelkenar biçiminde iki yol ve bu yollar dışında kalan yamuksal K, L ve üçgensel M yeşil alanları gösterilmiştir.



Parkın K ve L bölgelerinin alt kenar uzunlukları sırasıyla 35 m ve 55 m olduğuna göre, toplam yeşil alan kaç m<sup>2</sup>dir?

- A) 3200   B) 3400   C) 3500   D) 3600   E) 3800

Çözüm 22



K ve L alanları arasındaki paralel kenarın bir kenarı x olsun.

L ve M alanları arasındaki paralel kenarın bir kenarı y olsun.

$$35 + x + 55 + y = 100 \Rightarrow x + y = 10$$

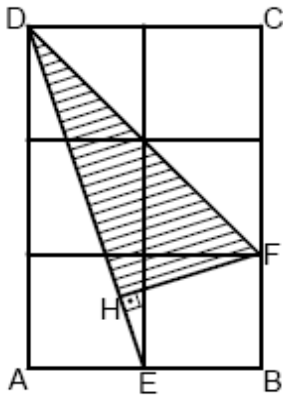
Yükseklik = 40

alan(K) + alan(L) + alan(M) = (Parkın tamamının alanı) – (paralel kenarların alanı)

$$= 100 \cdot 40 - [x \cdot 40 + y \cdot 40]$$

$$= 4000 - [(x + y) \cdot 40] = 4000 - 10 \cdot 40 = 4000 - 400 = 3600$$

23.



ABCD bir dikdörtgen

$[DE] \perp [HF]$

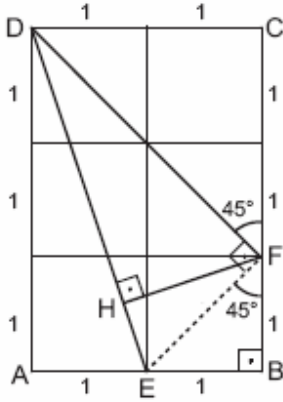
Şekilde birim karelerden oluşan ABCD dikdörtgeni ve bu dikdörtgenin içine yerleştirilmiş olan DHF dik üçgeni verilmiştir.

Buna göre,  $\frac{|HF|}{|HD|}$  oranı kaçtır?

- A)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$    B)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$    C)  $\frac{1}{2}$    D)  $\frac{1}{3}$    E)  $\frac{1}{4}$



Çözüm 23



DCF üçgeninde,

$$|DF|^2 = |DC|^2 + |CF|^2 \quad (\text{pisagor})$$

$$|DF|^2 = 2^2 + 2^2 \Rightarrow |DF| = 2\sqrt{2}$$

DAE üçgeninde,

$$|DE|^2 = |DA|^2 + |AE|^2 \quad (\text{pisagor})$$

$$|DE|^2 = 3^2 + 1^2 \Rightarrow |DE| = \sqrt{10}$$

EF köşegenini çizelim.  $m(\text{BFE}) = 45$  ve  $m(\text{CFD}) = 45$  olacağından,  $m(\text{DFE}) = 90$  olur.

DFE dik üçgeninde,

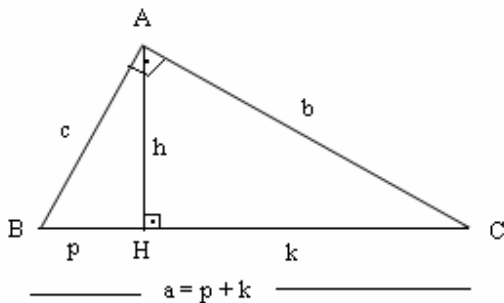
$$|DF|^2 = |DH| \cdot |DE| \quad (\text{öklid}) \Rightarrow (2\sqrt{2})^2 = |DH| \cdot \sqrt{10} \Rightarrow |DH| = \frac{8}{\sqrt{10}}$$

DHF dik üçgeninde,

$$|DF|^2 = |DH|^2 + |HF|^2 \quad (\text{pisagor}) \Rightarrow (2\sqrt{2})^2 = \left(\frac{8}{\sqrt{10}}\right)^2 + |HF|^2 \Rightarrow |HF| = \frac{4}{\sqrt{10}}$$

$$\frac{|HF|}{|HD|} = \frac{\frac{4}{\sqrt{10}}}{\frac{8}{\sqrt{10}}} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2} \quad \text{elde edilir.}$$

Not : Öklid bağıntıları



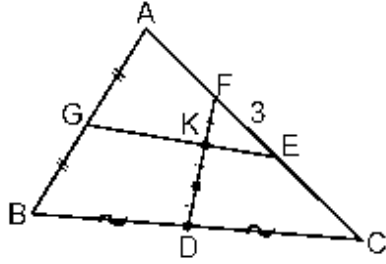
I)  $h^2 = p.k$

II)  $c^2 = p.a$

$b^2 = k.a$

III)  $\frac{1}{h^2} = \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}$

24.



$$|AG| = |GB|$$

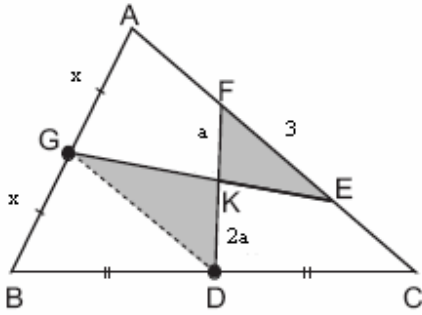
$$|BD| = |DC|$$

Şekildeki ABC üçgeninin [AC] kenarı üzerinde  $|FE| = 3$  cm olacak biçimde E ve F noktaları alınıyor.

[FD] ve [GE] doğru parçaları bir K noktasında  $2|FK| = |KD|$  olacak biçimde kesiştiğine göre,  $|AC|$  uzunluğu kaç cm dir?

- A) 9    B) 12    C) 15    D) 18    E) 21

Çözüm 24



$$|FK| = a \text{ olsun. } \Rightarrow |KD| = 2a$$

G ve D noktalarını birleştirelim.  $GD \parallel AC$

$$KDG \cong KFE \Rightarrow \frac{2a}{a} = \frac{|DG|}{3} \Rightarrow |DG| = 6$$

$$|BG| = |GA| = x \text{ olsun.}$$

$$BGD \cong BAC \Rightarrow \frac{x}{2x} = \frac{6}{|AC|} \Rightarrow |AC| = 12$$

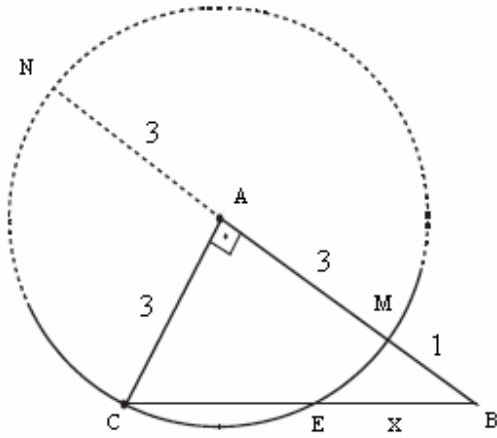
25. Bir ABC dik üçgeni için  $CA \perp AB$ ,  $|CA| = 3$  cm ve  $|AB| = 4$  cm olarak veriliyor.

Merkezi A, yarıçapı [AC] olan bir çember, üçgenin BC kenarını C ve E noktalarında kesiyor.

Buna göre,  $|BE|$  uzunluğu kaç cm dir?

- A)  $\frac{5}{2}$     B)  $\frac{7}{3}$     C)  $\frac{8}{3}$     D)  $\frac{7}{5}$     E)  $\frac{9}{5}$

Çözüm 25



$$|BE| \cdot |BC| = |BM| \cdot |BN|$$

$$|BE| = x \text{ olsun. } \Rightarrow x \cdot |BC| = 1.7$$

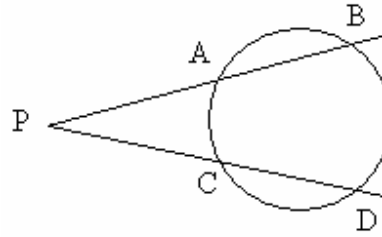
$$|BC|^2 = |BA|^2 + |CA|^2 \quad (\text{pisagor})$$

$$|BC|^2 = 4^2 + 3^2 \Rightarrow |BC| = 5$$

$$\Rightarrow x \cdot 5 = 1.7 \Rightarrow x = \frac{1.7}{5} = |BE|$$

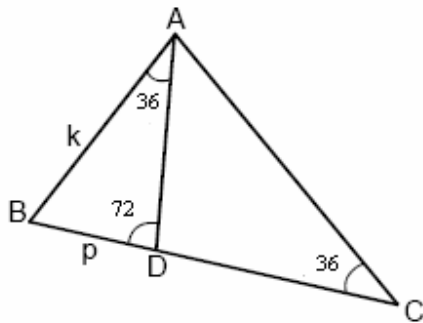
Not : Çemberde kuvvet bağıntıları

Çembere dışındaki bir P noktasından, biri çemberi A ve B noktalarında, diğeri C ve D noktalarında kesen, iki kesen çizilirse,



$$|PA| \cdot |PB| = |PC| \cdot |PD| \text{ olur.}$$

26.



ABC bir üçgen

$$m(\text{BAD}) = 36^\circ$$

$$m(\text{DCA}) = 36^\circ$$

$$m(\text{BDA}) = 72^\circ$$

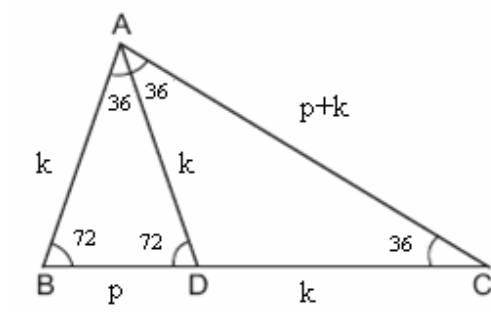
$$|BD| = p \text{ birim}$$

$$|AB| = k \text{ birim}$$

Yukarıdaki verilere göre,  $p \cdot k$  çarpımı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $k^2 - p^2$     B)  $2k^2 - p^2$     C)  $k^2 - 2p^2$     D)  $k^2 + p^2$     E)  $2k^2 + p^2$

## Çözüm 26



BAD üçgeninde,

$$m(\angle ABC) = 180 - (72 + 36) = 72$$

$$|AB| = |AD| = k \quad (\text{BAD ikizkenar üçgen})$$

CDA üçgeninde,

$$m(\angle CAD) = 72 - 36 = 36$$

$$|AD| = |DC| = k \quad (\text{CDA ikizkenar üçgen})$$

ACB üçgeninde,

$$m(\angle BAC) = 36 + 36 = 72$$

$$|BC| = |AC| = p + k \quad (\text{ACB ikizkenar üçgen})$$

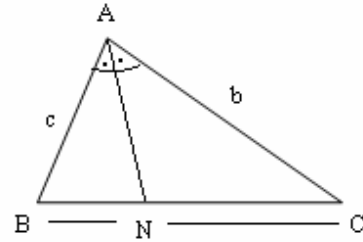
BAC üçgeninde AD açıortay olduğuna göre,  $\frac{p}{k} = \frac{k}{p+k}$  (açıortay teoremi)

$$\frac{p}{k} = \frac{k}{p+k} \Rightarrow p \cdot (p+k) = k \cdot k \Rightarrow p^2 + p \cdot k = k^2 \Rightarrow p \cdot k = k^2 - p^2 \text{ bulunur.}$$

Not : Açıortay teoremi

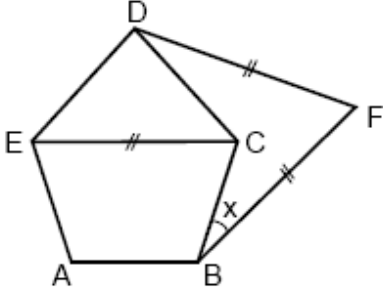
Bir üçgende bir açının açıortayı karşı kenarı diğer kenarlar oranında böler.

$$\text{AN iç açıortay ise, } \frac{|NB|}{|NC|} = \frac{c}{b}$$



Not : Bir dış açının ölçüsü kendisine komşu olmayan iki iç açının ölçüleri toplamına eşittir.

27.



ABCDE bir düzgün beşgen

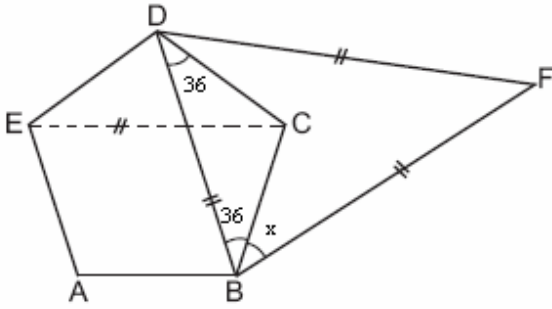
$$|EC| = |DF| = |FB|$$

$$m(\text{CBF}) = x$$

Yukarıdaki verilere göre, x kaç derecedir?

- A) 24 B) 30 C) 32 D) 36 E) 40

Çözüm 27



$$\text{Düzgün beşgenin bir dış açısı} = \frac{360}{5} = 72$$

$$\text{Düzgün beşgenin bir iç açısı} = 180 - 72 = 108$$

DB çizelim.

DCB ikizkenar üçgen olduğuna göre,

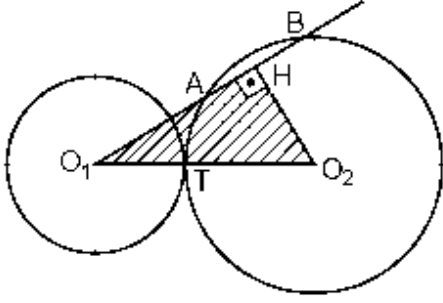
$$m(\text{DCB}) = 108 \Rightarrow m(\text{BDC}) = m(\text{DBC}) = 36$$

$$|EC| = |DB| \text{ (düzgün çokgenlerin en kısa köşegenleri eşittir.)}$$

$$\Rightarrow |EC| = |DF| = |FB| = |DB| \Rightarrow \text{DBF eşkenar üçgen olur.}$$

$$m(\text{BFD}) = m(\text{FDB}) = m(\text{DBF}) = 60 \Rightarrow m(\text{DBF}) = 60 = 36 + x \Rightarrow x = 24$$

28.



$$[O_2H] \perp [AB]$$

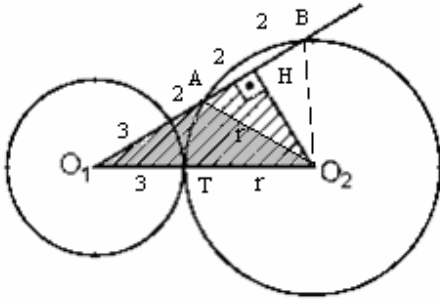
Şekildeki  $O_1$  ve  $O_2$  merkezli çemberler  $T$  noktasında dıştan teğettir.  $O_1$  den geçen bir doğru  $O_2$  merkezli çemberi  $A$  ve  $B$  noktalarında kesmektedir.

$|O_1A| = 5$  cm ,  $|O_1B| = 9$  cm ve  $|O_1T| = 3$  cm olduğuna göre,

$HO_1O_2$  üçgeninin alanı kaç  $cm^2$  dir?

- A)  $20\sqrt{3}$     B)  $23\sqrt{3}$     C)  $12\sqrt{2}$     D)  $14\sqrt{2}$     E)  $17\sqrt{2}$

Çözüm 28



$$|O_1A| = 5 \text{ ve } |O_1B| = 9 \Rightarrow |AB| = 4$$

$AO_2B$  ikizkenar üçgen olduğundan,

$$|AH| = |HB| = 2 \text{ olur.}$$

$$|O_2T| = r \text{ olsun.}$$

$$AHO_2 \text{ üçgeninde, } r^2 = 2^2 + |HO_2|^2 \text{ (pisagor)} \Rightarrow |HO_2|^2 = r^2 - 4$$

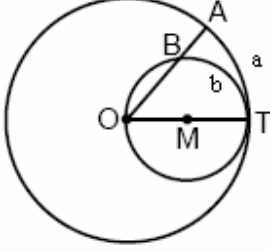
$$O_1HO_2 \text{ üçgeninde, } (3+r)^2 = (3+2+2)^2 + |HO_2|^2 \text{ (pisagor)} \Rightarrow (3+r)^2 = 7^2 + (r^2 - 4)$$

$$\Rightarrow 9 + 6r + r^2 = 49 + r^2 - 4 \Rightarrow 6r = 36 \Rightarrow r = 6$$

$$|HO_2|^2 = r^2 - 4 = 6^2 - 4 \Rightarrow |HO_2| = 4\sqrt{2}$$

$$\text{Alan}(HO_1O_2) = \frac{|O_1H| \cdot |HO_2|}{2} = \frac{(3+2+2) \cdot (4\sqrt{2})}{2} = \frac{7 \cdot 4\sqrt{2}}{2} = \frac{28\sqrt{2}}{2} = 14\sqrt{2}$$

29.

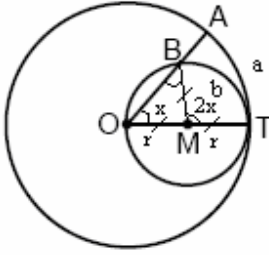


Şekilde, O ve M merkezli çemberler T noktasında teğet ve M merkezli çember O dan geçmektedir. O dan geçen bir doğru, büyük çemberi A da, küçük çemberi ise B de kesmektedir.

Oluşan AT ve BT yaylarının uzunlukları sırasıyla a cm ve b cm olduğuna göre, a ile b arasındaki bağıntı aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $a = b$     B)  $a = \frac{3b}{2}$     C)  $a = \frac{4b}{3}$     D)  $a = \frac{5b}{4}$     E)  $a = \frac{5b}{3}$

Çözüm 29



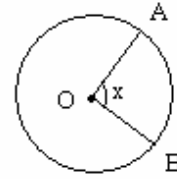
$$\left. \begin{aligned} \text{AT yayı} &= a = 2 \cdot \pi \cdot 2r \cdot \frac{x}{360} \\ \text{BT yayı} &= b = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot \frac{2x}{360} \end{aligned} \right\} a = b$$

Not : Merkez açısı

Köşesi çemberin merkezinde olan açılara merkez açısı denir.

Merkez açının ölçüsü gördüğü yayın ölçüsüne eşittir.

$$m(\text{AOB}) = m(\text{AB}) = x$$

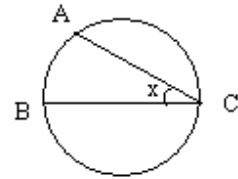


Not : Çevre açısı (Çember açısı)

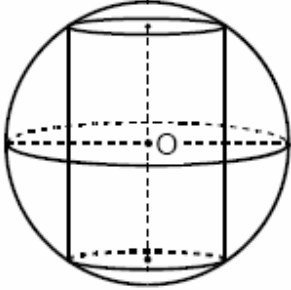
Köşesi çember üzerinde olan açılara çevre açısı denir.

Çevre açının ölçüsü gördüğü yayın ölçüsünün yarısına eşittir.

$$x = m(\text{ACB}) = \frac{m(\text{AB})}{2}$$



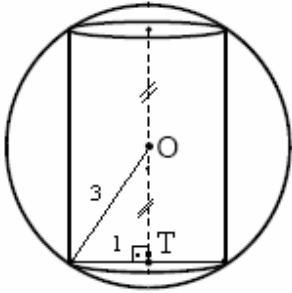
30. Yarıçapı 3 cm olan O merkezli küre içine, eksenini küre merkezinden geçen 1 cm yarıçaplı dik dairesel silindir aşağıdaki gibi yerleştiriliyor.



Bu silindirin hacmi kaç  $\text{cm}^3$  tür?

- A)  $\frac{3\pi}{2}$     B)  $3\pi$     C)  $3\sqrt{3}\pi$     D)  $4\sqrt{2}\pi$     E)  $9\pi$

Çözüm 30



$$3^2 = 1^2 + |OT|^2 \quad (\text{pisagor})$$

$$|OT|^2 = 9 - 1 = 8 \Rightarrow |OT| = 2\sqrt{2}$$

$$V_{\text{silindir}} = \pi \cdot r^2 \cdot h$$

$$V_{\text{silindir}} = \pi \cdot 1^2 \cdot 4\sqrt{2} \Rightarrow V_{\text{silindir}} = 4\sqrt{2} \cdot \pi$$

Adnan ÇAPRAZ

[adnancapraz@yahoo.com](mailto:adnancapraz@yahoo.com)

AMASYA