

Ö.S.S. 2005

MATEMATİK SORULARI ve ÇÖZÜMLERİ

1. $\frac{3 + \frac{1}{3} - (3 - \frac{1}{3})}{9 + \frac{1}{9} - (9 - \frac{1}{9})}$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) 3 B) 9 C) 27 D) $\frac{20}{3}$ E) $\frac{82}{9}$

Çözüm 1

$$\frac{3 + \frac{1}{3} - (3 - \frac{1}{3})}{9 + \frac{1}{9} - (9 - \frac{1}{9})} = \frac{\frac{10}{3} - \frac{8}{3}}{\frac{82}{9} - \frac{80}{9}} = \frac{\frac{2}{3}}{\frac{2}{9}} = \frac{2}{3} \cdot \frac{9}{2} = 3$$

2. $\frac{2^{12} + 2^{13}}{2^{14} - 2^{15}}$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) $-\frac{3}{4}$ B) $-\frac{4}{3}$ C) $-\frac{3}{2}$ D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{3}{4}$

Çözüm 2

$$\frac{2^{12} + 2^{13}}{2^{14} - 2^{15}} = \frac{2^{12} \cdot (1 + 2)}{2^{14} \cdot (1 - 2)} = \frac{2^{12} \cdot 3}{2^{14} \cdot (-1)} = \frac{3}{2^2 \cdot (-1)} = \frac{-3}{4}$$

3. $\frac{\sqrt{4,44} + \sqrt{9,99}}{\sqrt{111}}$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) 0,05 B) 0,1 C) 0,5 D) 1 E) 5

Çözüm 3

$$\frac{\sqrt{4,44} + \sqrt{9,99}}{\sqrt{111}} = \frac{\sqrt{\frac{444}{100}} + \sqrt{\frac{999}{100}}}{\sqrt{111}} = \frac{\sqrt{\frac{4 \cdot 111}{100}} + \sqrt{\frac{9 \cdot 111}{100}}}{\sqrt{111}} = \frac{\frac{2\sqrt{111}}{10} + \frac{3\sqrt{111}}{10}}{\sqrt{111}} = \frac{5\sqrt{111}}{10\sqrt{111}}$$

$$\Rightarrow \frac{5}{10} = 0,5$$

4. $24^{\frac{1}{3}} - 6.(24^{\frac{-1}{3}}) + 9^{\frac{1}{3}}$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) $\sqrt[3]{3}$ B) $2\sqrt[3]{3}$ C) $3\sqrt[3]{3}$ D) 3 E) 9

Çözüm 4

$$\begin{aligned} 24^{\frac{1}{3}} - 6.(24^{\frac{-1}{3}}) + 9^{\frac{1}{3}} &= (3.2^3)^{\frac{1}{3}} - 6.((3.2^3)^{\frac{-1}{3}}) + 9^{\frac{1}{3}} = 2.3^{\frac{1}{3}} - 3.3^{\frac{-1}{3}} + 3^{\frac{2}{3}} \\ &= 2.3^{\frac{1}{3}} - 3^{1-\frac{1}{3}} + 3^{\frac{2}{3}} = 2.3^{\frac{1}{3}} - 3^{\frac{2}{3}} + 3^{\frac{2}{3}} = 2.3^{\frac{1}{3}} \Rightarrow 2.3^{\frac{1}{3}} = 2\sqrt[3]{3} \end{aligned}$$

5. a, b, c gerçel sayıları için $2^a = 3$, $3^b = 4$ ve $4^c = 8$ olduğuna göre, a.b.c çarpımını kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Çözüm 5

$$4^c = 8 \Rightarrow (2^2)^c = 2^3 \Rightarrow 2c = 3 \Rightarrow c = \frac{3}{2}$$

$$2^a = 3 \text{ ve } 3^b = 4 \Rightarrow (2^a)^b = 3^b = 4 \Rightarrow 2^{a.b} = 4 = 2^2 \Rightarrow a.b = 2$$

$$\Rightarrow a.b.c = 2. \frac{3}{2} = 3$$

6. a, b, c gerçel sayıları için $a . c = 0$, $a^3 . b^2 > 0$ ve $a . b < 0$ olduğuna göre, aşağıdaki sıralamalardan hangisi doğrudur?

- A) $a < c < b$ B) $b < a < c$ C) $b < c < a$ D) $c < a < b$ E) $c < b < a$

Çözüm 6

$$a . c = 0 \Rightarrow a = 0 \text{ veya } c = 0 \text{ olabilir. } (a^3 . b^2 > 0 \text{ ve } a . b < 0 \Rightarrow c = 0 \text{ olur.})$$

$$a^3 . b^2 > 0 \Rightarrow b^2 \text{ pozitif (b pozitifde negatifde olabilir.), } a^3 \text{ pozitif ise, a'nın pozitif olduğu anlaşılır.}$$

$$a . b < 0 \Rightarrow a \text{ pozitif ise b negatif olur.}$$

Sonuç, $b < 0$, $c = 0$, $a > 0$ ise, sıralama $b < c < a$ şeklindedir.

7. a ve b pozitif tamsayılarının en büyük ortak böleni $EBOB(a,b) = 1$ dir. $a . b = 900$ olduğuna göre, kaç farklı (a,b) sıralı ikilisi bulunabilir?

- A) 8 B) 10 C) 12 D) 14 E) 16

Çözüm 7

$$\text{EBOB}(a,b) = 1$$

(aralarında asal olması istendiğine göre)

$$(a \cdot b = 900 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2)$$

$$\left. \begin{array}{l} 1 - 900 \quad (1,900) \\ 2^2 - (3^2 \cdot 5^2) = 4 - 15^2 = 4 - 225 \quad (4,225) \\ 3^2 - (2^2 \cdot 5^2) = 9 - 10^2 = 9 - 100 \quad (9,100) \\ 5^2 - (2^2 \cdot 3^2) = 25 - 6^2 = 25 - 36 \quad (25,36) \\ \\ (2^2 \cdot 3^2) - 5^2 = 6^2 - 25 = 36 - 25 \quad (36,25) \\ (2^2 \cdot 5^2) - 3^2 = 10^2 - 9 = 100 - 9 \quad (100,9) \\ (3^2 \cdot 5^2) - 2^2 = 15^2 - 4 = 225 - 4 \quad (225,4) \\ 900 - 1 \quad (900,1) \end{array} \right\}$$

şeklinde 8 tane yazılabilir.

8. Sıfırdan farklı a ve b tamsayıları için, $|b| < a$ ve $\frac{a}{b} < -2$ olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A) $a < 0$ B) $b > 0$ C) $a \cdot b > 0$ D) $a + 2b < 0$ E) $a + 2b > 0$

Çözüm 8

$|b|$ ifadesi daima pozitif olacağından, $a > 0$ olur. ($|b| < a$)

$\frac{a}{b} < -2$ de $a > 0$ olduğundan $b < 0$ olduğu anlaşılır.

$\frac{a}{b} < -2$ eşitsizliğinde her iki yanı da negatif olan b ile çarparsak, eşitsizlik yön değiştirir,

$$\frac{a}{b} < -2 \Rightarrow (b) \cdot \frac{a}{b} > -2 \cdot (b) \quad a > -2b \Rightarrow a + 2b > 0$$

9. n bir doğal sayı olmak üzere, 63 sayısı, $63 = n + (n+1) + \dots + (n+k)$ biçiminde ardışık doğal sayıların toplamı olarak yazıldığında, n aşağıdakilerden hangisi olamaz?

- A) 3 B) 6 C) 8 D) 23 E) 31

Çözüm 9

$$63 = n + (n+1) + \dots + (n+k) = n + 1 + 2 + 3 + \dots + k + n.k$$

$$63 = 1 + 2 + 3 + \dots + k + n + n.k = \frac{k.(k+1)}{2} + n.(k+1)$$

$$63.2 = k.(k+1) + 2n.(k+1) = (k+1).(k+2n)$$

$$\Rightarrow k = 1 \text{ için } (1+1).(1+2n) = 126 = 2.3.3.7 \Rightarrow 1+2n = 63 \Rightarrow n = 31$$

$$\Rightarrow k = 2 \text{ için } (2+1).(2+2n) = 126 = 2.3.3.7 \Rightarrow 2+2n = 42 \Rightarrow n = 20$$

$$\Rightarrow k = 5 \text{ için } (5+1).(5+2n) = 126 = 2.3.3.7 \Rightarrow 5+2n = 21 \Rightarrow n = 8$$

$$\Rightarrow k = 6 \text{ için } (6+1).(6+2n) = 126 = 2.3.3.7 \Rightarrow 6+2n = 18 \Rightarrow n = 6$$

$$\Rightarrow k = 8 \text{ için } (8+1).(8+2n) = 126 = 2.3.3.7 \Rightarrow 8+2n = 14 \Rightarrow n = 3$$

n doğal sayısı 3, 6, 8, 31 olabilir ama 23 olamaz.

10. 1 den büyük asal olmayan bir tamsayının rakamlarının toplamı, sayı asal çarpanlarına ayrılarak yazıldığında, bu yazılısta bulunan tüm asal sayıların rakamlarının toplamına eşit oluyorsa bu tür sayılara *Smith sayısı* adı verilir.

Örneğin, 728 sayısı asal çarpanlarına $728 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 7 \cdot 13$ biçiminde ayrılır. $7 + 2 + 8 = 2 + 2 + 2 + 7 + 1 + 3$ olduğundan 728 bir Smith sayısıdır.

Bu tanıma göre, aşağıdakilerden hangisi bir Smith sayısı değildir?

- A) 4 B) 21 C) 22 D) 27 E) 121

Çözüm 10

$4 = 2.2 \Rightarrow 4 = 2+2 \Rightarrow 4 = 4$ olduğundan 4 bir Smith sayısıdır.

$21 = 3.7 \Rightarrow 2+1 = 3+7$ olduğundan 21 bir Smith sayısı değildir.

$22 = 2.11 \Rightarrow 2+2 = 2+1+1 \Rightarrow 4 = 4$ olduğundan 22 bir Smith sayısıdır.

$27 = 3.3.3 \Rightarrow 2+7 = 3+3+3 \Rightarrow 9 = 9$ olduğundan 27 bir Smith sayısıdır.

$121 = 11.11 \Rightarrow 1+2+1 = 1+1+1+1 \Rightarrow 4 = 4$ olduğundan 121 bir Smith sayısıdır.

11. Birbirlerinden farklı, iki basamaklı üç doğal sayının toplamı A dır.

Buna göre, A kaç farklı değer alabilir?

- A) 262 B) 264 C) 266 D) 268 E) 270

Çözüm 11

İki basamaklı sayılar, $\{10, 11, 12, 13, 14, \dots, 96, 97, 98, 99\}$ olur.

Bunların herhangi üçünün toplamı A dır.

$$A \text{ nın en küçük hali} \Rightarrow A = 10 + 11 + 12 = 33$$

$$A \text{ nın en büyük hali} \Rightarrow A = 97 + 98 + 99 = 294$$

Demek ki, $A = \{33, 34, 35, \dots, 294\}$ olur. Burada $294 - 32 = 262$ tane sayı vardır.

12. A, B, C birer rakam olmak üzere, $C < B < A$ koşulunu sağlayan kaç tane üç basamaklı ABC sayısı vardır?

- A) 72 B) 81 C) 90 D) 108 E) 120

Çözüm 12

A, B, C birer rakam ise $= \{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$ olmak üzere A, B, C yerine toplam 10 rakam gelir.

üç basamaklı bir sayı yazılabilmesi için 3 tane rakam gerekiyor.

A rakamı diğer rakamlardan büyük olduğu için sıfır sorun yaratmıyor. yani 10 rakam içinden herhangi üç rakam seçmemiz yeterlidir.

$$\binom{10}{3} = \frac{10!}{(10-3)!3!} = \frac{10!}{7!3!} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 120$$

- 13.** $A = \{a, b, c, d\}$
 $B = \{b, c, d, e, f, g, k, l\}$
 $C = \{c, d, e, r\}$

olduğuna göre, kartezyen çarpımların kesisimi olan $(A \times B) \cap (A \times C)$ kümesinin eleman sayısı kaçtır?

- A) 10 B) 12 C) 14 D) 16 E) 18

Çözüm 13

$(A \times B) \cap (A \times C) = A \times (B \cap C)$ olduğu düşünülürse, $B \cap C = \{c, d, e\}$ yazılır ve

$$A \times (B \cap C) = \{a, b, c, d\} \times \{c, d, e\} = \{(a, c), (a, d), (a, e), \dots, (d, c), (d, d), (d, e)\}$$

Sonuçta, $4 \cdot 3 = 12$ tane olur.

- 14.** $\frac{x^2 - (b + \frac{1}{a})x + \frac{b}{a}}{x - \frac{1}{a}}$ ifadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x - a$ B) $x - b$ C) $x + a$ D) $x + b$ E) $ax - b$

Çözüm 14

$$\frac{x^2 - (b + \frac{1}{a})x + \frac{b}{a}}{x - \frac{1}{a}} = \frac{x^2 - \frac{x}{a} - bx + \frac{b}{a}}{x - \frac{1}{a}} = \frac{x(x - \frac{1}{a}) - b(x - \frac{1}{a})}{x - \frac{1}{a}} = \frac{(x - b)(x - \frac{1}{a})}{x - \frac{1}{a}} = x - b$$

15. $\frac{a}{b} \cdot (\frac{a}{a+b} - 1) + \frac{b}{a} \cdot (\frac{b}{a+b} - 1)$ ifadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdakilerden

hangisidir?

- A) a B) b C) a + b D) 1 E) -1

Çözüm 15

$$\begin{aligned} \frac{a}{b} \cdot (\frac{a}{a+b} - 1) + \frac{b}{a} \cdot (\frac{b}{a+b} - 1) &= \frac{a}{b} \cdot (\frac{a - (a+b)}{a+b}) + \frac{b}{a} \cdot (\frac{b - (a+b)}{a+b}) = \frac{a}{b} \cdot \frac{(-b)}{a+b} + \frac{b}{a} \cdot \frac{(-a)}{a+b} \\ &= \frac{-a}{a+b} + \frac{-b}{a+b} = (-1) \cdot \frac{a+b}{a+b} = -1 \end{aligned}$$

16. $\frac{2^{3x} + 2^{-3x}}{2^{2x} + 2^{-2x} - 1} : \frac{2^x + 2^{-x}}{2^x - 2^{-x}}$ ifadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 1 B) 2^x C) 2^{-x} D) $2^x - 2^{-x}$ E) $2^x + 2^{-x}$

Çözüm 16

$2^x = a$ dersek, $2^{-x} = \frac{1}{a}$, $2^{2x} = a^2$, $2^{-2x} = \frac{1}{a^2}$, $2^{3x} = a^3$, $2^{-3x} = \frac{1}{a^3}$ olur.

$$\frac{2^{3x} + 2^{-3x}}{2^{2x} + 2^{-2x} - 1} : \frac{2^x + 2^{-x}}{2^x - 2^{-x}} = \frac{a^3 + \frac{1}{a^3}}{a^2 + \frac{1}{a^2} - 1} : \frac{a + \frac{1}{a}}{a - \frac{1}{a}} = \frac{(a + \frac{1}{a}) \cdot (a^2 - 1 + \frac{1}{a^2})}{a^2 + \frac{1}{a^2} - 1} \cdot \frac{a - \frac{1}{a}}{a + \frac{1}{a}} = a - \frac{1}{a}$$

$$a - \frac{1}{a} \Rightarrow 2^x - \frac{1}{2^x} = 2^x - 2^{-x} \text{ olur.}$$

17. n pozitif tamsayı olmak üzere,

$$x^n = x + x^2 + x^3 + \dots + x^n \quad \text{ve} \quad x_n = \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3} + \dots + \frac{1}{x^n} \quad \text{biçiminde tanımlanıyor.}$$

Buna göre, $\frac{x^{10}}{x^{10}}$ bölümü aşağıdakilerden hangisine esittir?

- A) x^{11} B) x^{10} C) $x^{11} - x^{10}$ D) $\frac{1}{x^{11}}$ E) $\frac{1}{x^{10}}$

Çözüm 17

$$\frac{x^{10}}{x^{10}} = \frac{x + x^2 + x^3 + \dots + x^{10}}{\frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3} + \dots + \frac{1}{x^{10}}} = \frac{x \cdot (1 + x + x^2 + \dots + x^9)}{\frac{x^9 + x^8 + \dots + x^2 + x + 1}{x^{10}}} = \frac{x}{\frac{1}{x^{10}}} = x \cdot x^{10} = x^{11}$$

18. Gerçek sayıları kümesinin $A = \{x | 0 \leq x < 1\}$ altkümesi üzerinde * işlemi, her $a, b \in A$ için,

$$a * b = \begin{cases} a + b - 1 & a + b \geq 1 \text{ ise} \\ a + b & a + b < 1 \text{ ise} \end{cases} \quad \text{biçiminde tanımlanıyor.}$$

Buna göre, $\frac{2}{5} * (\frac{3}{5} * \frac{4}{5})$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) 0 B) $\frac{1}{5}$ C) $\frac{2}{5}$ D) $\frac{3}{5}$ E) $\frac{4}{5}$

Çözüm 18

$$\frac{3}{5} * \frac{4}{5} \Rightarrow \frac{3}{5} + \frac{4}{5} = \frac{7}{5} \geq 1 \quad \text{olduğundan} \quad \frac{3}{5} + \frac{4}{5} - 1 \quad \text{değeri alınır.}$$

$$\frac{2}{5} * (\frac{3}{5} * \frac{4}{5}) = \frac{2}{5} * (\frac{3}{5} + \frac{4}{5} - 1) = \frac{2}{5} * \frac{2}{5}$$

$$\frac{2}{5} * \frac{2}{5} \Rightarrow \frac{2}{5} + \frac{2}{5} = \frac{4}{5} < 1 \quad \text{olduğundan} \quad \frac{2}{5} + \frac{2}{5} \quad \text{değeri alınır.}$$

$$\frac{2}{5} * \frac{2}{5} = \frac{2}{5} + \frac{2}{5} = \frac{4}{5} \quad \text{elde edilir.}$$

19. $4x+3 \equiv 6 \pmod{7}$ denkleğini sağlayan en küçük pozitif x tamsayısı kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

Çözüm 19

$$4x+3 = 7k+6 \Rightarrow 4x-3 = 7k \Rightarrow k = 3 \text{ için } 4x-3 = 21 \Rightarrow x = 6 \text{ bulunur.}$$

20. Birbirinden farklı üç pozitif tamsayının aritmetik ortalaması 45 tir. Bu sayıların en küçüğü, diğer ikisinin ortalamasından 15 eksiktir.

Buna göre, en küçük sayı kaçtır?

- A) 24 B) 30 C) 35 D) 36 E) 40

Çözüm 20

Sayılar a, b, c olsun. $\frac{a+b+c}{3} = 45 \Rightarrow a+b+c = 135$

Sayıların en küçüğü a ise, $a = \frac{b+c}{2} - 15 \Rightarrow 2a = b+c-30$ veriliyor.

$$a+b+c = 135 \Rightarrow a+2a+30 = 135 \Rightarrow 3a = 105 \Rightarrow a = 35 \text{ olur.}$$

21. 1977 yılında doğan bir matematikçi, yasını soran bir arkadaşına, "Bugünkü yasım doğum yılımın rakamlarının toplamına esit." yanıtını veriyor.

Buna göre, bu konuşma hangi yılda yapılmıştır?

- A) 2000 B) 2001 C) 2002 D) 2003 E) 2004

Çözüm 21

Matematikçinin konuşmayı yaptığı yılki yaşı, $1 + 9 + 7 + 7 = 24$

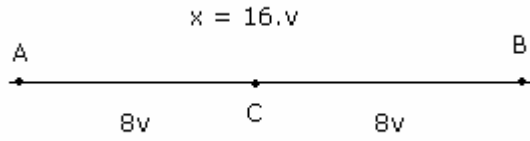
1977 de doğduğuna göre, bu konuşmayı, $1977 + 24 = 2001$ yılında yapmıştır.

22. Bir araç A kenti ile B kenti arasındaki yolu ortalama v km/saat hızla giderek 16 saatte alıyor.

Bu araç aynı yolun yarısını ortalama $2v$ km/saat hızla aldıktan sonra, tüm yolu yine 16 saatte tamamlamak için yolun kalan kısmını ortalama kaç km/saat hızla gitmelidir?

- A) $\frac{v}{4}$ B) $\frac{3v}{4}$ C) $\frac{v}{3}$ D) $\frac{2v}{3}$ E) $\frac{v}{2}$

Çözüm 22



Yolun tamamını saatte v km hızla giderek 16 saatte aldığına göre, yolun tamamı $|AB| = 16v$ olur. ($x = v.t$)

yolun yarısı $|AC| = 8v$

Bu $8v$ lik ilk kısmı $2v$ hızıyla giderek 4 saatte alır. ($x = v.t \Rightarrow 8v = 2v.t \Rightarrow t = 4$)

Yolun ikinci yarısı olan $|CB| = 8v$ yi ise, 12 saatte almak zorundadır. (4 saati harcadı.)

$$|CB| = v_{CB} \cdot 12 \Rightarrow 8v = v_{CB} \cdot 12 \Rightarrow v_{CB} = \frac{8v}{12} = \frac{2v}{3} \text{ km/saat hızla gitmelidir.}$$

23. Üretim miktarının, işçi sayısı ve günlük çalışma süresiyle doğru orantılı olduğu bir fabrikada günlük çalışma süresi %20 azaltılıyor.

Bu fabrikada aynı üretim miktarının elde edilebilmesi için işçi sayısı % kaç artırılmalıdır?

- A) 20 B) 22,5 C) 25 D) 27,5 E) 40

Çözüm 23

Günlük çalışma süresi = a , Çalışan işçi sayısı = $b \Rightarrow$ Üretim miktarı = $\alpha.a.b$
(α orantı katsayısıdır.)

$$\text{Günlük çalışma süresi} = a - a.\%20 = a - \frac{a.20}{100} = \frac{a.80}{100} \text{ (%20 azaltıldı.)}$$

$$\text{Çalışan işçi sayısı} = x \text{ olsun. } \Rightarrow \text{Üretim miktarı} = \alpha \cdot \frac{a.80}{100} \cdot x$$

$$\text{Üretim miktarları eşit olduğuna göre, } \alpha.a.b = \alpha \cdot \frac{a.80}{100} \cdot x \Rightarrow x = \frac{100.b}{80} = \frac{5.b}{4} = 1,25.b$$

$$\text{Demek ki, işçi sayısı} = 1,25.b - b = 0,25.b = \frac{25.b}{100} = \%25 \text{ artmalıdır.}$$

24. Canan, önce günde 10 sayfa okuyarak bir kitabın $\frac{2}{5}$ ini, sonra da günde 12 sayfa okuyarak kalan kısmını bitiriyor.

Canan kitabın tamamını 36 günde okuduğuna göre, kitap kaç sayfadır?

- A) 360 B) 400 C) 420 D) 435 E) 450

Çözüm 24

$$10.g = \frac{2}{5}.k \quad (g = \text{gün sayısı ve } k = \text{sayfa sayısı}) \Rightarrow g = \frac{k}{25} \quad \text{ve} \quad 12.(36-g) = \frac{3}{5}.k$$

$$\Rightarrow 12.(36 - \frac{k}{25}) = \frac{3}{5}.k \Rightarrow \frac{27k}{25} = 12.36 \Rightarrow k = 4.4.25 \Rightarrow k = 400 \text{ sayfa}$$

25. Bir Tüccarın, aldığı iki maldan A ya ödediği para B ye ödediği paranın yarısı kadardır. Bu tüccar A malını %10 zararla, B malını %50 kârla satıyor.

Tüccarın bu satıstan elde ettiği kâr % kaçtır?

- A) 15 B) 25 C) 30 D) 45 E) 55

Çözüm 25

A nın alış fiyatı x YTL olsun. \Rightarrow B nin alış fiyatı 2x YTL olur.

A malını %10 zararla = $x - x.\%10 = x.\%90 = \frac{90.x}{100}$ YTL ye satar. (% 10 zarar.)

B malını %50 kârla = $2x + 2x.\%50 = 3x$ YTL ye satar. (%50 kâr.)

Tüccar ilk başta $x + 2x = 3x$ YTL yatırmıştı.

Satışlardan $\frac{90.x}{100} + 3x = \frac{390.x}{100}$ YTL elde etti. (Yani $\frac{390.x}{100} - 3x = \frac{90.x}{100}$ YTL kâr etti.)

3x YTL $\frac{90.x}{100}$ YTL kâr

100 y

$$y.3x = 100. \frac{90.x}{100} \Rightarrow y = \frac{90}{3} = 30 \Rightarrow \% 30 \text{ kâr elde eder.}$$

26. 3 tane madeni 1 YTL, kumbaralara istenen sayıda atılmak suretiyle değişik bankalardan alınmış 5 farklı kumbaraya kaç değişik şekilde atılabilir?

- A) 10 B) 21 C) 24 D) 35 E) 45

Çözüm 26

3 durum var.

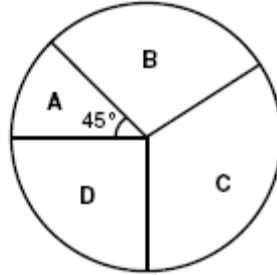
$$\text{üçü ayrı kumbaraya, } c(5,3) = \frac{5!}{(5-3)!3!} = \frac{5!}{2!3!} = \frac{5 \cdot 4}{2} = 10$$

$$\text{ikisi aynı, biri ayrı kumbaraya, } c(5,1) \cdot c(4,1) = \frac{5!}{(5-1)!1!} \cdot \frac{4!}{(4-1)!1!} = \frac{5!}{4!} \cdot \frac{4!}{3!} = 20$$

$$\text{Üçü aynı kumbaraya, } c(5,1) = \frac{5!}{(5-1)!1!} = \frac{5!}{4!1!} = 5$$

toplam $10 + 20 + 5 = 35$ değişik şekil kullanılabilir.

27. Asağıdaki daire grafiğinde, A, B, C ve D olmak üzere dört fakültesi bulunan bir üniversitedeki öğretim elemanlarının fakültele dağılımı gösterilmiştir.



B fakültesindeki öğretim elemanı sayısı A dakinden 90, C fakültesindeki de B dekinden 45 fazladır. D fakültesindeki öğretim elemanı sayısıysa A dakinin iki katıdır.

Buna göre, A fakültesindeki öğretim elemanı sayısı kaçtır?

- A) 55 B) 60 C) 65 D) 70 E) 75

Çözüm 27

A bölgesi 45° verilmiş, dairenin tamamı 360° olduğundan, $A = x$ olsun.

$$\text{tamamı} = \frac{360}{45} \cdot x = 8x \text{ olur.}$$

$$A = x$$

$$B = x + 90$$

$$C = B + 45 = x + 90 + 45$$

$$D = 2x$$

$$A + B + C + D = 8x$$

$$x + x + 90 + x + 90 + 45 + 2x = 8x$$

$$225 = 3x \Rightarrow x = 75 \text{ bulunur.}$$

28. Kahve fiyatının çay fiyatından %50 daha fazla olduğu bir pastanedeki iki masada sadece çay ve kahve içilmiştir. Bu masalardan birincisinde x tane çay, y tane kahve; ikincisinde ise y tane çay, x tane kahve içilmiştir.

İkinci masa birinci masadan %25 fazla ödeme yaptığına göre, oranı kaçtır?

- A) $\frac{7}{2}$ B) $\frac{5}{2}$ C) $\frac{3}{2}$ D) 2 E) 3

Çözüm 28

Çayın fiyatına 100 dersek, kahvenin fiyatı 150 olur.

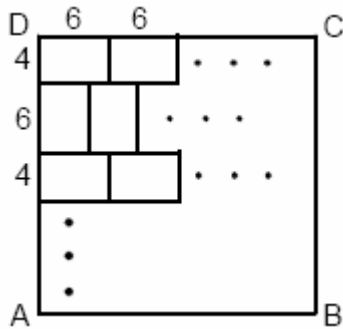
1. masanın hesabı = $100x + 150y$

2. masanın hesabı = $100y + 150x$

2.masa, 1. den %25 fazla ödedi demek; 1.masa 100 ödediyse, 2. si 125 ödedi demektir.

$$\frac{100x + 150y}{100y + 150x} = \frac{100}{125} \Rightarrow 500x + 750y = 400y + 600x \Rightarrow 350y = 100x \Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{7}{2}$$

29.



Sekilde verilen ABCD karesi biçimindeki alan, boyutları 6 cm ve 4 cm olan dikdörtgen mozaiklerle D kösesinden başlayarak kaplanıyor. Mozaikler 1. sırada yatay, 2. sırada da dikey olmak üzere bir yatay, bir dikey sıralar halinde yerleştiriliyor.

Bu işlemin sonunda alan hiç boşluk kalmadan kaplandığına göre, ABCD karesinin alanı en az kaç cm^2 dir?

- A) 144 B) 324 C) 400 D) 576 E) 784

Çözüm 29

Yatay sıra, karenin bir kenarına eşit olduğuna göre, 6 nın katı olmalıdır.

(6,12,18,24,30,... gibi)

Dikey sıra, karenin bir kenarına eşit olup, (4,10,14,20,24.....gibi)

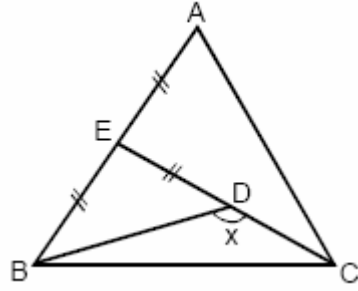
Kare olduğuna göre, yatay uzunluk = dikey uzunluk olmalıdır.

Yatay ve dikey uzunlukları arasındaki en küçük kesişim uzunluğu = 24

O nedenle karenin bir kenarı 24 cm olmalıdır.

Alan (ABCD) = $24 \cdot 24 = 576 \text{ cm}^2$ olur.

30.



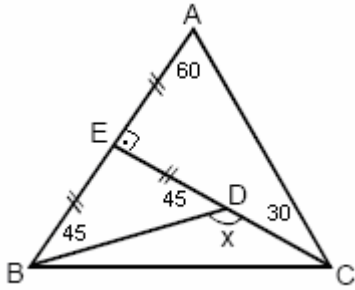
$$|AE|=|EB|=|ED|$$

$$m(\text{BDC}) = x$$

Yukarıdaki ABC üçgeni bir eskenar üçgen olduğuna göre, x kaç derecedir?

- A) 100 B) 105 C) 120 D) 135 E) 150

Çözüm 30



Eşkenar üçgende,

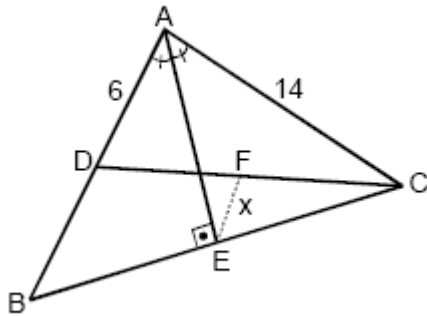
Kenarortay = açıortay = yükseklik

$|EB|=|ED| \Rightarrow$ BED üçgeni, ikizkenar dik üçgendir.

$m(\text{EBD}) = m(\text{EDB}) = 45$ olur.

$x + 45 = 180 \Rightarrow x = 135$ bulunur.

31.



ABC bir üçgen

AE açıortay

D noktası [AB] üzerinde

$AE \perp BC$

$|AD| = 6$ cm

$|AC| = 14$ cm

$|FE| = x$

Yukarıdaki şekilde $|DF| = |FC|$ olduğuna göre, x kaç cm dir?

- A) $\frac{5}{2}$ B) $\frac{7}{2}$ C) 2 D) 3 E) 4

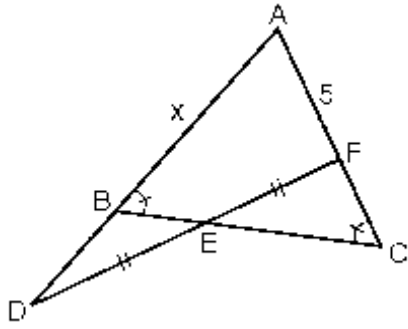
Çözüm 31

BAC üçgeninde, açıortay = yükseklik olduğuna göre, BAC üçgeni ikizkenar üçgendir.

$$|AC| = |AB| = 14 \Rightarrow |BD| = 8 \text{ elde edilir.}$$

$$|BE| = |CE| \text{ ve } |DF| = |FC| \Rightarrow CEF \cong CBD \Rightarrow \frac{x}{8} = \frac{1}{2} \Rightarrow x = 4$$

32.



ABC bir ikizkenar üçgen

$$m(\angle ABC) = m(\angle ACB)$$

D noktası AB doğrusu üzerinde

$$|DE| = |EF|$$

$$|AF| = 5 \text{ cm}$$

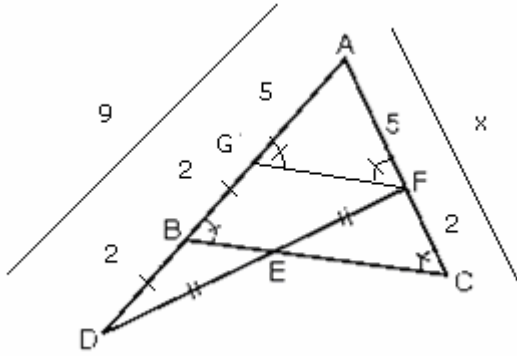
$$|AB| = x$$

Yukarıdaki şekilde $|AD| = 9 \text{ cm}$ olduğuna göre, x kaç cm dir?

- A) 6 B) 7 C) 8 D) $2\sqrt{6}$ E) $2\sqrt{14}$

Çözüm 32

I. Yol



BC // GF çizelim.

B ve G açıları yöndeş olduğundan,

$$DBE \cong DGF \Rightarrow |DB| = |BG| = 2$$

F ve G açıları yöndeş olduğundan,

$$AGF \cong ABC \Rightarrow |BG| = |CF| = 2$$

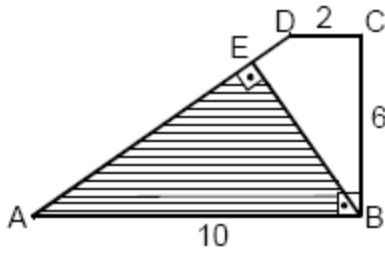
$$x = |AF| + |FC| = 5 + 2 = 7$$

II. Yol

Menalaus teoremine göre,

$$\frac{x-5}{x} \cdot \frac{x}{9-x} \cdot \frac{1}{1} = 1 \Rightarrow x - 5 = 9 - x \Rightarrow 2x = 14 \Rightarrow x = 7$$

33.

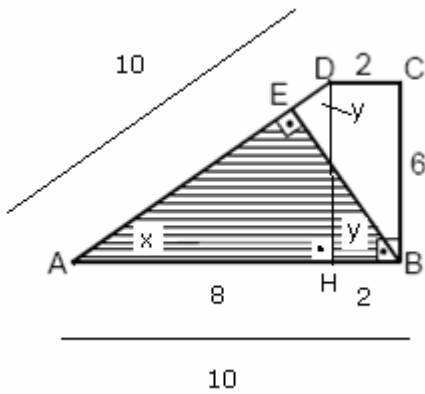


ABCD bir dikyamuk
DC // AB
AB ⊥ CB
BE ⊥ AD
|DC| = 2 cm
|CB| = 6 cm
|AB| = 10 cm

Yukarıdaki verilere göre, taralı üçgenin alanı kaç cm² dir?

- A) 16 B) 18 C) 20 D) 24 E) 28

Çözüm 33



BC // DH çizelim.

$$|DC| = |BH| = 2 \Rightarrow |AH| = 8 \text{ ve } |DH| = 6$$

$$\Rightarrow |AD| = 10 \text{ (pisagor)}$$

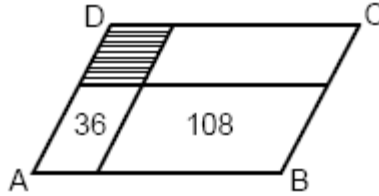
$$s(A) = x \text{ ve } s(B) = y \text{ olsun. } (x+y = 90)$$

$$\Rightarrow s(D) = y \text{ olur.}$$

İki üçgenin açıları eş ve aynı kenarı gören en az bir kenar uzunluğu eşit ise üçgenler, eş üçgendir.

$$\text{Alan (AEB)} = \text{Alan (ADH)} = \frac{6 \cdot 8}{2} = 24$$

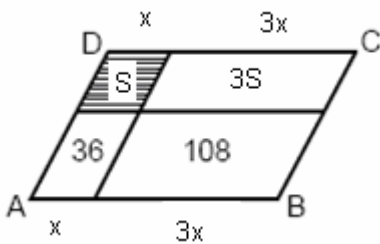
34. ABCD paralelkenarı, şekildeki gibi kenarlarına paralel doğru parçalarıyla dört bölgeye ayrılmıştır. Bölgelerden ikisinin cm² türünden alanları içlerine yazılmıştır.



ABCD paralelkenarının alanı 234 cm² olduğuna göre, taralı bölgenin alanı kaç cm² dir?

- A) 17,5 B) 20 C) 22,5 D) 25 E) 27,5

Çözüm 34

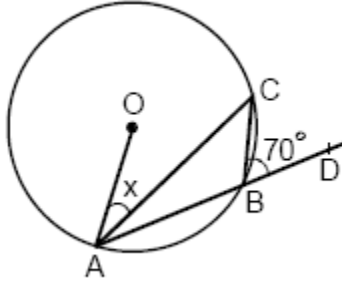


Alanları oranı, taban uzunlukları oranına eşittir.

$$\frac{36}{108} = \frac{x}{3x} = \frac{S}{3S} \Rightarrow 36+108+S+3S = 234$$

$$\Rightarrow 4S = 90 \Rightarrow S = 22,5$$

35.



A, B, C noktaları O merkezli çemberin üzerinde

A, B, D doğrusal

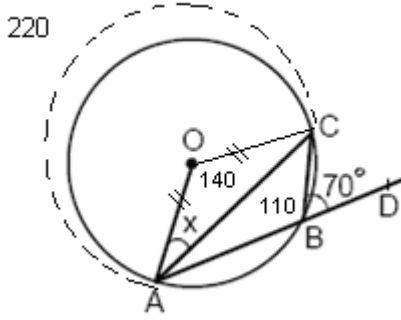
$$m(\text{CBD}) = 70$$

$$m(\text{OAC}) = x$$

Yukarıdaki verilere göre, x kaç derecedir?

- A) 10 B) 15 C) 20 D) 25 E) 30

Çözüm 35



$$m(\text{CBD}) = 70 \Rightarrow m(\text{ABC}) = 180 - 70 = 110$$

$$m(\text{ABC}) = 110 \Rightarrow \text{AC yayı} = 220$$

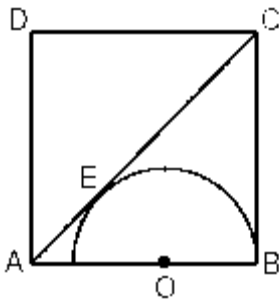
$$\text{AC yayı} = 220 \Rightarrow \text{ABC yayı} = 360 - 220 = 140$$

$$\text{ABC yayı} = 140 \Rightarrow m(\text{AOC}) = 140$$

AOC üçgeni ikizkenar üçgen olduğuna göre,

$$x + x + 140 = 180 \Rightarrow 2x = 40 \Rightarrow x = 20$$

36.



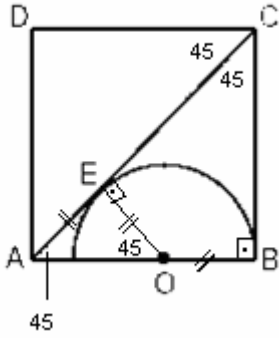
ABCD bir kare

O noktası [AB] doğru parçası üzerinde

Şekildeki karenin [AC] köşegeni, O merkezli, [OB] yarıçaplı yarım çembere E noktasında teğet olduğuna göre, $\frac{|AB|}{|OB|}$ oranı kaçtır?

- A) $\sqrt{2} + 1$ B) $\sqrt{2} + 2$ C) $\sqrt{3} + 1$ D) $\sqrt{3} + \sqrt{2}$ E) $3 - \sqrt{2}$

Çözüm 36



Karede köşegen, açıortaydır. $\Rightarrow m(\text{BAE}) = 45$

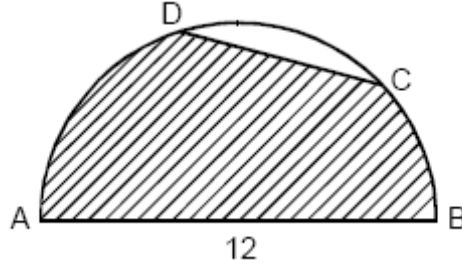
Teğet değme noktasında yarıçapa diktir. $(\text{OE} \perp \text{AC})$

O halde, AEO üçgeni, ikizkenar dik üçgendir.

$$|\text{AE}| = |\text{EO}| = |\text{OB}| = r \Rightarrow |\text{AO}| = \sqrt{2} r \text{ olur.}$$

$$\frac{|\text{AB}|}{|\text{OB}|} = \frac{|\text{AO}| + |\text{OB}|}{|\text{OB}|} = \frac{\sqrt{2}r + r}{r} = \sqrt{2} + 1$$

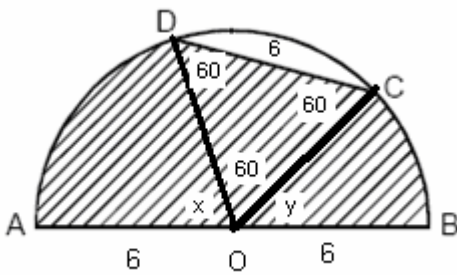
37. Aşağıdaki şekilde çapı [AB] olan yarım daire üzerinde [DC] kirişi gösterilmiştir.



$|\text{AB}| = 2|\text{DC}| = 12$ cm olduğuna göre, taralı bölgenin alanı kaç cm^2 dir?

- A) 9π B) 12π C) $18\pi - \sqrt{3}$ D) $9\pi + 24\sqrt{3}$ E) $12\pi + 9\sqrt{3}$

Çözüm 37



Çemberin merkezi O noktası olsun.

O noktasından D ve C noktalarına çizilen uzunluklar, çemberin yarıçapları olduğundan, ODC üçgeninin kenar uzunlukları 6 cm olan eşkenar üçgen olduğu anlaşılır.

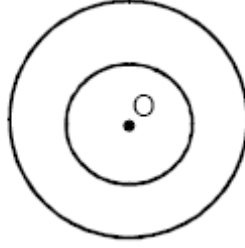
$$\text{Alan (ODC)} = \frac{6^2 \cdot \sqrt{3}}{4} = 9\sqrt{3} \text{ olur.}$$

$$x + y + 60 = 180 \Rightarrow x + y = 120 \text{ olduğundan,}$$

taralı bölgenin alanı = 120° lik dairenin alanı + eşkenar üçgenin alanı

$$\text{taralı bölgenin alanı} = \pi \cdot 6^2 \cdot \frac{120}{360} + \frac{6^2 \cdot \sqrt{3}}{4} = 12\pi + 9\sqrt{3}$$

38. Aşağıdaki şekilde merkezleri O noktasında bulunan, yarıçap uzunlukları da 1 cm ve 2 cm olan iki çember verilmiştir.

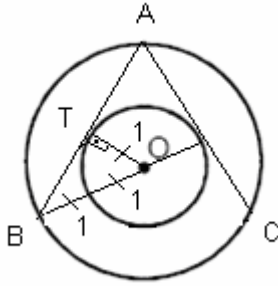


Büyük çember üzerinde alınan herhangi bir A noktasından içteki çembere iki farklı teğet çiziliyor. Bu teğetler büyük çembere B ve C noktalarında kesiyor.

Buna göre, ABC üçgeninin çevre uzunluğu kaç cm dir?

- A) $4\sqrt{3}$ B) $6\sqrt{3}$ C) $8\sqrt{3}$ D) $2.(\sqrt{3} + 1)$ E) $3.(\sqrt{3} + 1)$

Çözüm 38



Çemberin üzerinde bir A noktası alalım.

A noktasından B ve C noktalarına iki farklı teğet çizelim.

$$|OT| = 1 \text{ ve } |OB| = 2 \Rightarrow |TB| = \sqrt{3}$$

$m(\angle OBT) = 30^\circ$ olur. OB açıortay olduğundan ABC üçgeni eşkenar üçgen olur.

Ortak merkezli çemberlerde dıştaki çemberden içteki çembere çizilen teğetler eşittir.

$$|TB| = |TA| = \sqrt{3} \Rightarrow |AB| = 2\sqrt{3}$$

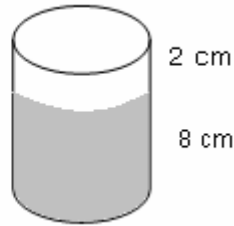
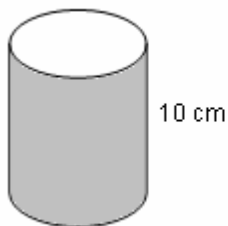
$$\text{Çevre (ABC)} = 3.2\sqrt{3} = 6\sqrt{3} \text{ elde edilir.}$$

39. Yüksekliği 10 cm olan dik silindir biçimindeki bir su bardağı tümüyle su doludur. Suyun 25 cm^3 ü boşaltıldığında, su yüksekliği 2 cm azalmaktadır.

Buna göre, tümüyle dolu bardakta kaç cm^3 su bulunur?

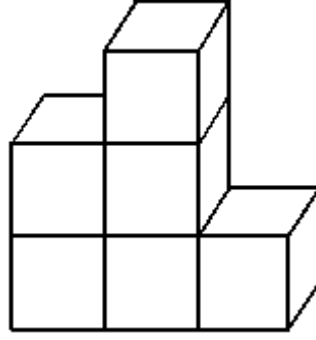
- A) 125 B) 135 C) 150 D) 225 E) 250

Çözüm 39



2 cm lik su	25 cm^3
10 cm lik su	x
$2x = 25.10$	$\Rightarrow x = 125 \text{ cm}^3$

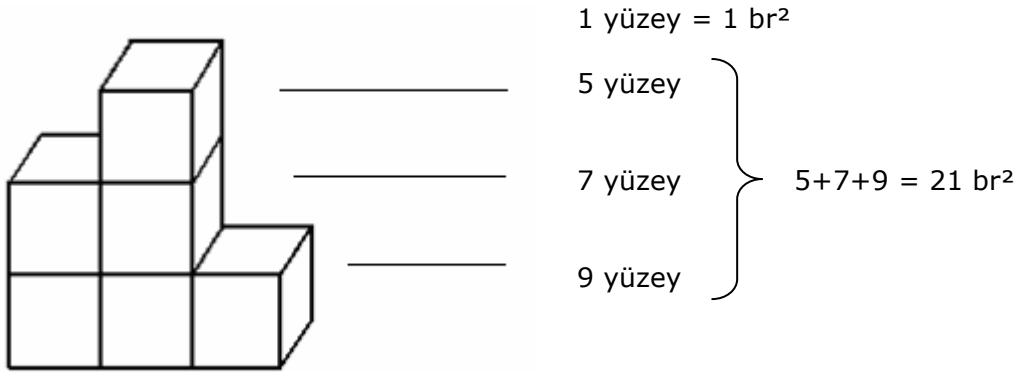
40. Kenar uzunlukları 1 er birim olan 6 küple oluşturulan aşağıdaki kürsünün tabanı hariç tüm yüzeyi, bir madalya töreni için kumaşla kaplanacaktır.



Bu kaplama işi için kaç birim kare kumaş gereklidir?

- A) 18 B) 20 C) 21 D) 25 E) 32

Çözüm 40



41. A(m,2), B(0,1) ve C(3,4) bir doğrunun üç noktası olduğuna göre, m kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

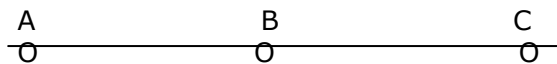
Çözüm 41

I. Yol

Doğru üzerinde bulunan bu üç noktanın eğimleri eşittir. O halde, $m_{AB} = m_{BC}$ ise,

$$m_{AB} = m_{BC} \Rightarrow \frac{1-2}{0-m} = \frac{4-1}{3-0} \Rightarrow \frac{1}{m} = \frac{3}{3} \Rightarrow m = 1 \text{ bulunur.}$$

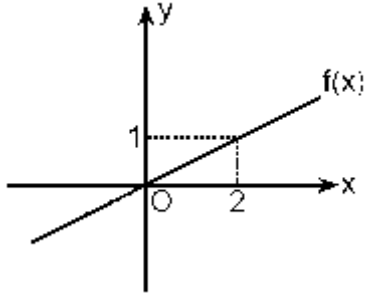
II. Yol



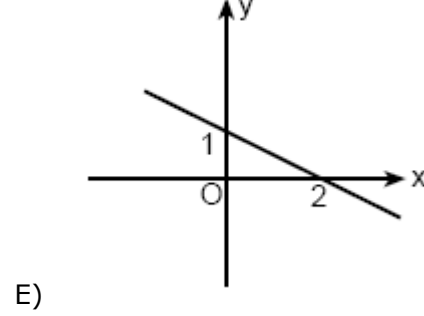
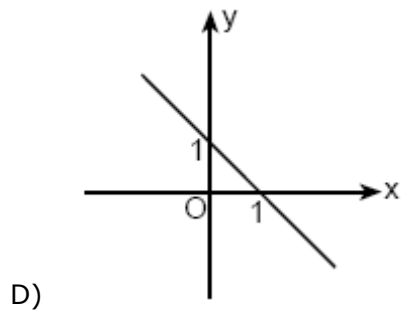
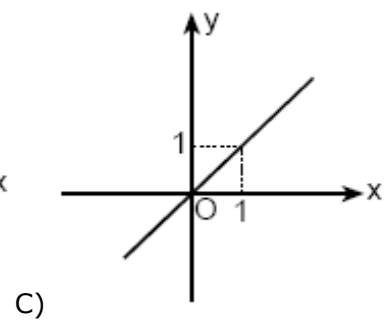
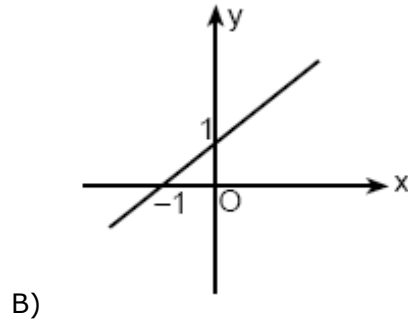
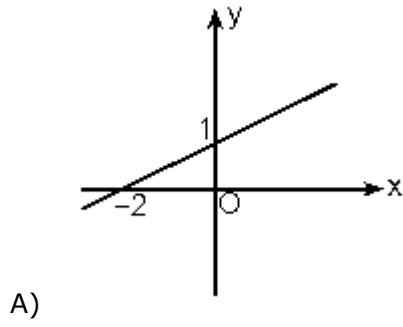
$$BC \text{ doğru denklemi} = \frac{y-1}{1-4} = \frac{x-0}{0-3} \Rightarrow y = x+1 \text{ bulunur.}$$

A(m,2) noktası bu denklemi sağlayacağından, $2 = m+1 \Rightarrow m = 1$ elde edilir.

42. Aşağıdaki doğru $f(x)$ fonksiyonunun grafiğidir.



Buna göre, aşağıdakilerden hangisi $2f(x+1)$ fonksiyonunun grafiğidir?



Çözüm 42

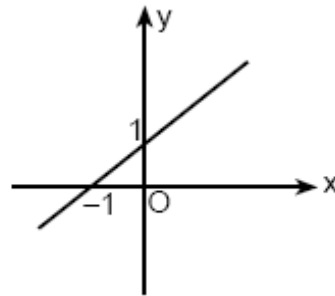
(0,0) ve (2,1) noktalarına göre,

$$f(x) \text{ doğrusunun denklemi} = \frac{y-0}{0-1} = \frac{x-0}{0-2} \Rightarrow y = \frac{x}{2} = f(x) \text{ elde edilir.}$$

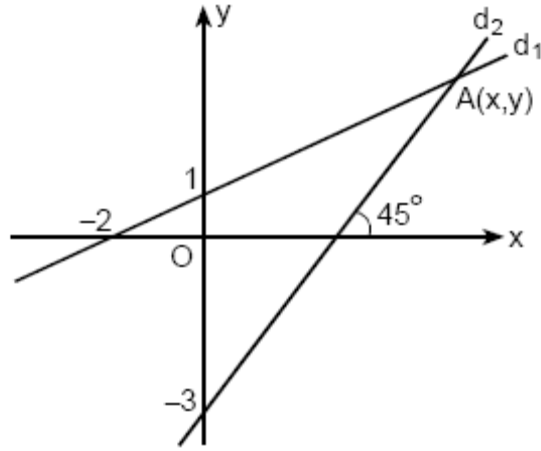
$$2.f(x+1) = 2 \cdot \frac{x+1}{2} = x+1 \text{ denklemi bulunur.}$$

$$x = 0 \text{ için } y = 1 \Rightarrow (0,1) \text{ noktası}$$

$$y = 0 \text{ için } x = -1 \Rightarrow (-1,0) \text{ noktası}$$



43.

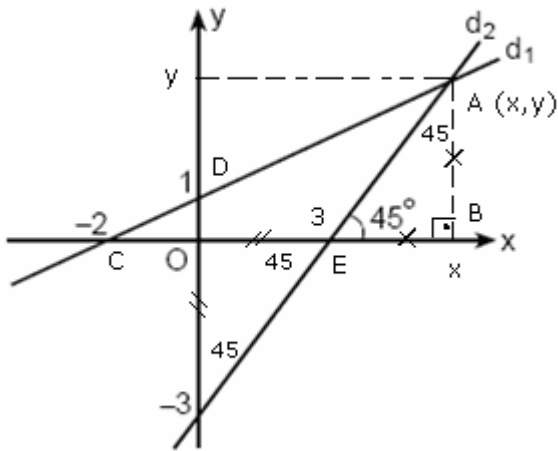


Sekilde d_1 doğrusuyla d_2 doğrusunun kesim noktası $A(x,y)$ olduğuna göre, $x + y$ toplamı kaçtır?

- A) 9 B) 10 C) 11 D) 12 E) 13

Çözüm 43

I. Yol



$$\text{COD} \cong \text{CBA} \Rightarrow \frac{1}{y} = \frac{2}{2+x}$$

$$|AB| = |BE| = y \text{ olduğundan,}$$

$$x = 3+y \text{ elde edilir.}$$

$$\frac{1}{y} = \frac{2}{2+x} \Rightarrow \frac{1}{y} = \frac{2}{2+3+y} \Rightarrow 5+y = 2y$$

$$y = 5$$

$$x = 3+y = 3+5 = 8$$

$$x+y = 8+5 = 13$$

II. Yol

(0,1) ve (-2,0) noktalarından geçen d_1 doğrusunun denklemi,

$$\frac{y-1}{1-0} = \frac{x-0}{0-(-2)} \Rightarrow 2y - 2 = x \Rightarrow y = \frac{x+2}{2}$$

d_2 doğrusunun x eksenini 45 derecelik açı ile kestiğine göre, x eksenini altındaki üçgenin açısı = 45 olur. (iç-ters açı)

Oluşan üçgende ikizkenar dik üçgen olacağından, x eksenini (3,0) noktasında keser.

(0,-3) ve (3,0) noktalarından geçen d_2 doğrusunun denklemi,

$$\frac{y-(-3)}{-3-0} = \frac{x-0}{0-3} \Rightarrow y + 3 = x \Rightarrow y = x - 3$$

Bu iki doğru kesiştikleri için, denklemlerini ortak çözüncü kesim noktasını buluruz.

$$\frac{x+2}{2} = x - 3 \Rightarrow x + 2 = 2x - 6 \Rightarrow x = 8 \quad \text{denklemde yerine yazarsak, } y = 5$$

bulunur. A(8,5) olur. $x + y = 8 + 5 = 13$ elde edilir.

44. Dik koordinat düzleminde $A = \{ (x, y) \mid |x - 3| \leq 2, |y + 1| \leq 3 \}$ ile verilen bölgenin alanı kaç birim karedir?

- A) 6 B) 12 C) 18 D) 24 E) 28

Çözüm 44

$$|x - 3| \leq 2$$

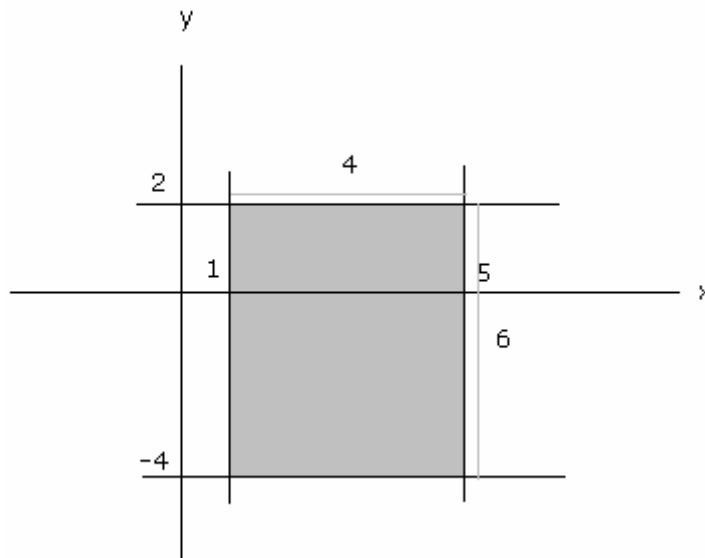
$$-2 \leq x - 3 \leq 2$$

$$1 \leq x \leq 5$$

$$|y + 1| \leq 3$$

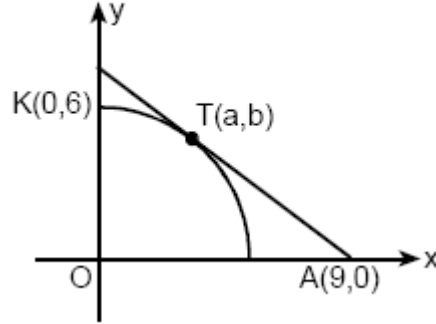
$$-3 \leq y + 1 \leq 3$$

$$-4 \leq y \leq 2$$



$$\text{alanA} = 6 \cdot 4 = 24$$

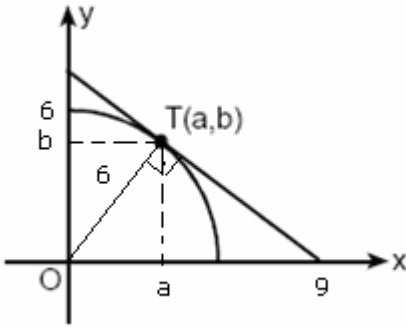
45.



Dik koordinat düzleminde $O(0,0)$ merkezli, $K(0,6)$ noktasından geçen I. Bölgedeki çeyrek çembere $A(9,0)$ noktasından çizilen teğetin değme noktası $T(a,b)$ olduğuna göre, a kaçtır?

- A)3 B) 3,5 C) 4 D) 4,5 E) 5

Çözüm 45



$|OT|$ yarıçapını çizelim.

Öklid teoremine göre,

$$6^2 = a \cdot 9 \Rightarrow a = 4 \text{ elde edilir.}$$

Adnan ÇAPRAZ

adnancapraz@yahoo.com

AMASYA