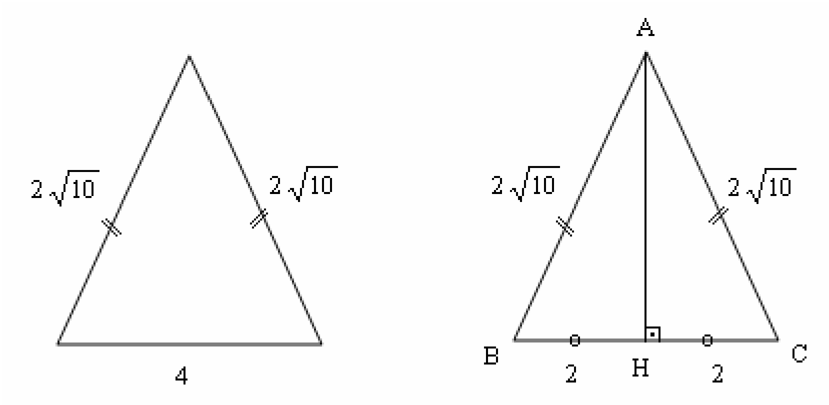
Lisans Yerleştirme Sınavı – 1 (Lys – 1) / 18 Haziran 2011

Geometri Soruları ve Çözümleri

1. Bir ikizkenar üçgenin eş kenarlarının her birinin uzunluğu $2\sqrt{10}$ cm ve üçüncü kenarının uzunluğu 4 cm olduğuna göre, alanı kaç cm² dir?

A) 8 B) 9 C) 10 D) 12 E) 14

Çözüm 1



BAC ikizkenar üçgeninin yüksekliği çizilirse,

İkizkenar üçgende tabana ait yükseklik, aynı zamanda kenarortay olduğundan,

$|BH| = |HC| = 2$ olur.

AHC dik üçgeninde pisagor bağıntısına göre,

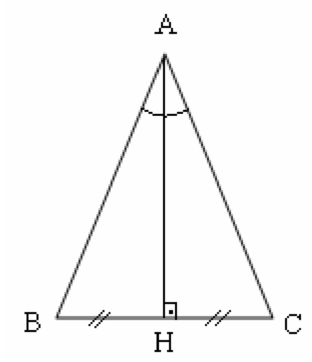
$(2\sqrt{10})^2 = 2^2 + |AH|^2 \quad \Rightarrow \quad |AH| = 6$

$\text{Alan}(ABC) = \dfrac{4.6}{2} \quad \Rightarrow \quad \text{Alan}(ABC) = 12$ elde edilir.

Not : İkizkenar Üçgen

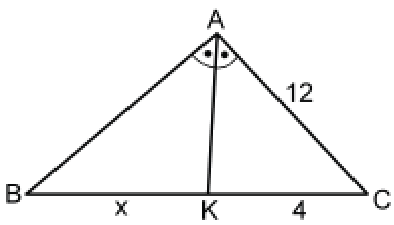
Tabana ait yükseklik aynı zamanda açıortay ve kenarortaydır.

B'den [AC]'ye veya C'den [AB]'ye çizilen dikme için aynı şeyleri söyleyemeyiz.



[AH] = Açıortay = Kenarortay = Yükseklik $\Rightarrow$ $n_A = V_a = h_a$

2.



ABC bir üçgen

[AK] açıortay

$|AC| = 12$ cm

$|KC| = 4$ cm

$|BK| = x$

Şekildeki ABC üçgeninin çevresi 44 cm olduğuna göre, x kaç cm'dir?

A) 6 B) 7 C) 8 D) $\frac{11}{2}$ E) $\frac{13}{2}$

Çözüm 2

BAC üçgeninde iç açıortay teoremine göre,

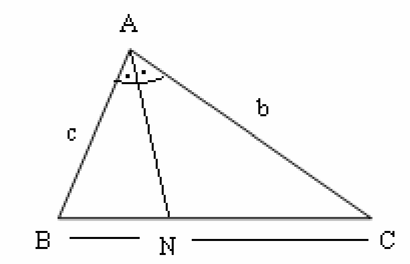
$\frac{|AB|}{12} = \frac{x}{4}$ $\Rightarrow$ $|AB| = 3x$ olur.

Çevre(ABC) = 44 olduğuna göre,

$3x + 12 + 4 + x = 44$ $\Rightarrow$ $4x = 28$ $\Rightarrow$ $x = 7$ elde edilir.

Not : Açıortay teoremi

Bir üçgende bir açının açıortayı karşı kenarı diğer kenarlar oranında böler.



AN iç açıortay ise, $\dfrac{|NB|}{|NC|} = \dfrac{c}{b}$

3. Bir ABC üçgeninin

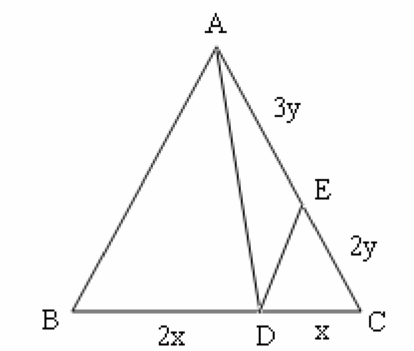
[BC] kenarı üzerinde $|BD| = 2|DC|$ olacak biçimde bir D noktası ve

[AC] kenarı üzerinde $2|AE| = 3|EC|$ olacak biçimde bir E noktası işaretlenmiştir.

ABC üçgeninin alanı 75 cm² olduğuna göre, EDC üçgeninin alanı kaç cm² dir?

A) 8 B) 10 C) 12 D) 14 E) 15

Çözüm 3



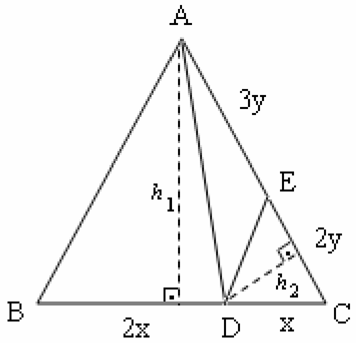
$|DC| = x$ olsun.

$|BD| = 2|DC|$ olduğuna göre, $|BD| = 2x$ olur.

$|AE| = 3y$ olsun.

$2|AE| = 3|EC|$ olduğuna göre, $|EC| = 2y$ olur.

ABC üçgeninin ve ADC üçgeninin yükseklikleri çizilirse,



ABC üçgeninin yüksekliği : h_1 olsun.

$$\text{Alan(ABC)} = 75 = \frac{h_1.3x}{2} \quad \Rightarrow \quad h_1.x = 50$$

ADC üçgeninin de yüksekliği h_1 olduğuna göre,

$$\text{Alan(ADC)} = \frac{h_1.x}{2} = \frac{50}{2} = 25$$

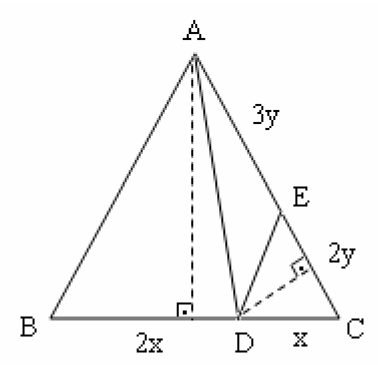
ADC üçgeninin yüksekliği : h_2 olsun.

$$\text{Alan(ADC)} = 25 = \frac{h_2.5y}{2} \quad \Rightarrow \quad h_2.y = 10$$

EDC üçgeninin de yüksekliği h_2 olduğuna göre,

$$\text{Alan(EDC)} = \frac{h_2.2y}{2} = \frac{20}{2} = 10 \text{ bulunur.}$$

veya



ABC üçgeninin ve ADC üçgeninin yükseklikleri çizilirse,

ABC üçgenine göre,

Yükseklikleri eşit olan üçgenlerin alanları oranı tabanları oranına eşit olduğuna göre,

Alan(ABC) = 75 olduğundan,

$$\frac{Alan(ABC)}{Alan(ADC)} = \frac{3x}{x} \quad \Rightarrow \quad \frac{75}{Alan(ADC)} = \frac{3}{1} \quad \Rightarrow \quad \text{Alan(ADC)} = 25$$

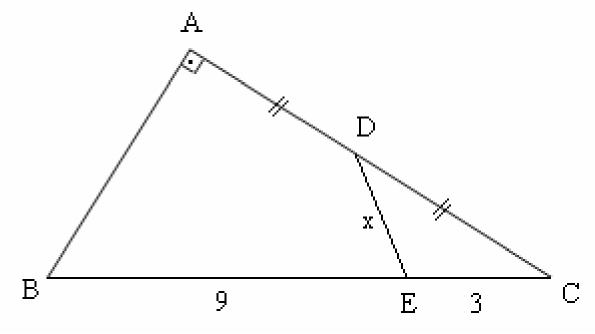
ADC üçgenine göre,

Yükseklikleri eşit olan üçgenlerin alanları oranı tabanları oranına eşit olduğuna göre,

Alan(ABC) = 75 olduğundan,

$$\frac{Alan(ADC)}{Alan(EDC)} = \frac{5y}{2y} \quad \Rightarrow \quad \frac{25}{Alan(EDC)} = \frac{5}{2} \quad \Rightarrow \quad \text{Alan(EDC)} = 10 \text{ elde edilir.}$$

4.



ABC bir dik üçgen

BA ⊥ AC

|AD| = |DC|

|EC| = 3 cm

|BE| = 9 cm

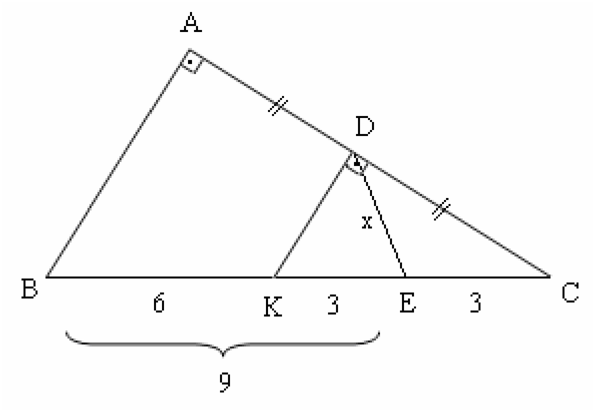
|DE| = x

Yukarıdaki verilere göre, x kaç cm'dir?

A) $\frac{7}{2}$ B) $\frac{10}{3}$ C) 2 D) 3 E) 4

Çözüm 4

AB // DK çizilirse,



BA ⊥ AC ⇒ m(BAC) = m(KDC) = 90

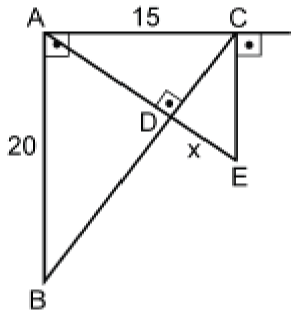
CDK ≅ CAB olacağına göre, $\frac{|CK|}{12} = \frac{1}{2}$ ⇒ |CK| = 6

|EC| = 3 olduğuna göre, |KE| = 3 olur.

KDC dik üçgeninde, hipotenüse ait kenarortayın uzunluğu,

hipotenüsün uzunluğunun yarısına eşit olduğuna göre, x = 3 olur.

5.



$AB \perp AC$

$AE \perp BC$

$AC \perp CE$

$|AB| = 20$ cm

$|AC| = 15$ cm

$|DE| = x$

Yukarıdaki verilere göre, x kaç cm'dir?

A) $\frac{15}{2}$ B) $\frac{25}{3}$ C) $\frac{32}{3}$ D) $\frac{27}{4}$ E) $\frac{36}{5}$

Çözüm 5

BAC dik üçgeninde pisagor bağıntısına göre,

$|BC|^2 = 20^2 + 15^2 \quad \Rightarrow \quad |BC| = 25$

BAC dik üçgeninde öklid teoremine göre,

$20^2 = |BD|.25 \quad \Rightarrow \quad |BD| = 16$

$|BC| = 25$ olduğuna göre, $|DC| = 25 - 16 \quad \Rightarrow \quad |DC| = 9$

BAC dik üçgeninde öklid bağıntısına göre,

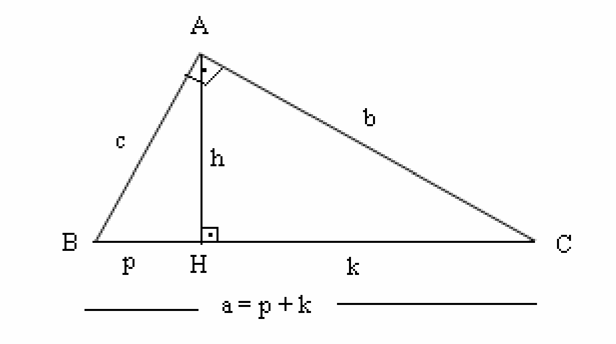
$|AD|^2 = 16.9 \quad \Rightarrow \quad |AD| = 12$

CDE ≅ BDA $\quad \Rightarrow \quad \frac{9}{16} = \frac{x}{12} = \frac{|CE|}{20}$

$\Rightarrow \quad |CE| = \frac{45}{4}$

$\Rightarrow \quad x = \frac{27}{4}$ elde edilir.

Not : Öklid bağıntıları



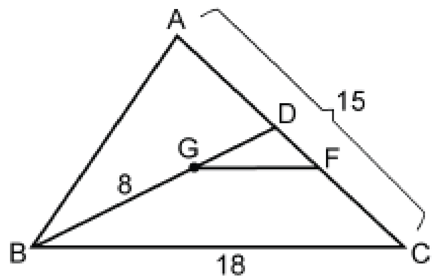
I) $h^2 = p.k$

II) $c^2 = p.a$

$b^2 = k.a$

III) $\frac{1}{h^2} = \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}$

6.



GF // BC

[BD] kenarortay

$|AC| = 15$ cm

$|BC| = 18$ cm

$|BG| = 8$ cm

Şekildeki G noktası ABC üçgeninin ağırlık merkezidir.

Buna göre, DGF üçgeninin çevresi kaç cm'dir?

A) 11 B) 12 C) 13 D) $\frac{23}{2}$ E) $\frac{25}{2}$

Çözüm 6

G noktası ABC üçgeninin ağırlık merkezi olduğuna göre,

$|BG| = 8 \quad \Rightarrow \quad |GD| = 4$ olur.

[BD] kenarortay olduğuna göre, $|AD| = |DC| = \frac{15}{2}$

GF // BC $\quad \Rightarrow \quad$ DGF $\cong$ DBC

$$\Rightarrow \quad \frac{4}{12} = \frac{|GF|}{18} = \frac{|DF|}{\frac{15}{2}} \quad \Rightarrow \quad |GF| = 6$$

$$\Rightarrow \quad |DF| = \frac{5}{2}$$

Buna göre, çevre(DGF) $= 4 + 6 + \frac{5}{2} = \frac{25}{2}$ olur.

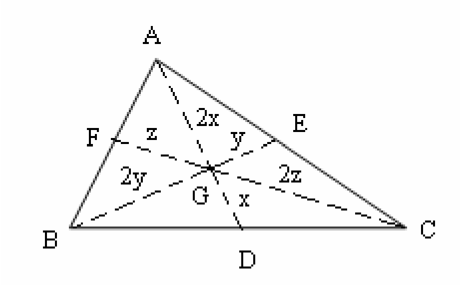
Not : Kenarortay

Bir üçgenin kenarortayları aynı bir noktada kesişirler.

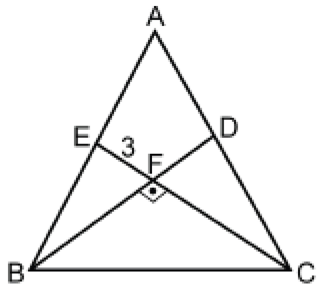
Bu kesim noktasına G ağırlık merkezi denir.

$|GD| = \frac{1}{3}.|AD|$

$|AG| = \frac{2}{3}.|AD|$



7.



ABC bir ikizkenar üçgen

$|AB| = |AC|$

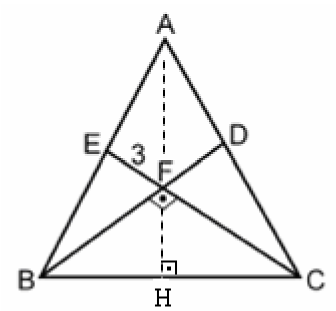
[BD] ve [CE] kenarortay

$|EF| = 3$ cm

Şekildeki ABC ikizkenar üçgeninin BD ve CE kenarortayları F noktasında kesişmektedir. Buna göre, ABC ikizkenar üçgeninin alanı kaç cm² dir?

A) 42 B) 45 C) 48 D) 50 E) 54

Çözüm 7



ABC ikizkenar üçgeninde tabana ait yükseklik, aynı zamanda kenarortay olduğundan, F noktası kenarortayların kesim noktası ise

$|EF| = |FD| = 3 \Rightarrow |FC| = |FB| = 6$

BFC dik üçgeninde pisagor bağıntısına göre,

$|BC|^2 = 6^2 + 6^2 \Rightarrow |BC| = 6\sqrt{2}$

BFC dik üçgeninde, hipotenüse ait kenarortayın uzunluğu,

hipotenüsün uzunluğunun yarısına eşit olduğuna göre, $|FH| = 3\sqrt{2}$ olur.

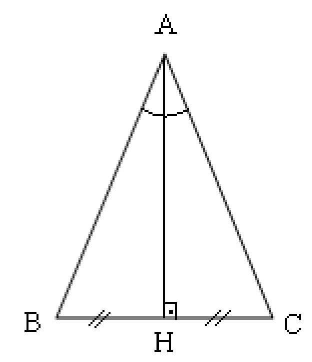
$|FH| = 3\sqrt{2}$ olduğuna göre, $|AF| = 6\sqrt{2}$

$|AH| = 9\sqrt{2}$ ve $|BC| = 6\sqrt{2}$

$\text{Alan}(ABC) = \dfrac{6\sqrt{2}.9\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \text{Alan}(ABC) = 54$ bulunur.

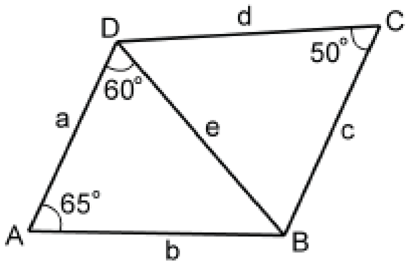
Not : İkizkenar Üçgen

Tabana ait yükseklik aynı zamanda açıortay ve kenarortaydır.
B'den [AC]'ye veya C'den [AB]'ye çizilen dikme için aynı şeyleri söyleyemeyiz.



[AH] = Açıortay = Kenarortay = Yükseklik $\Rightarrow$ $n_A = V_a = h_a$

8.



m(BDA) = 60°

m(DAB) = 65°

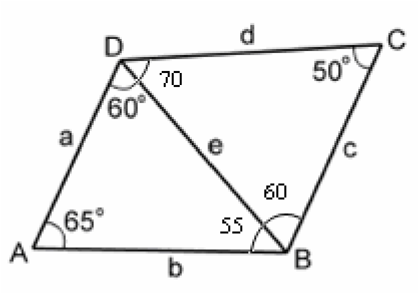
m(BCD) = 50°

Yukarıdaki şekilde AD // BC'dir.

Buna göre, a, b, c, d ve e ile belirtilen kenarlardan en uzunu hangisidir?

A) a B) b C) c D) d E) e

Çözüm 8



Bir üçgende büyük açı karşısında büyük kenar bulunacağından,

ABD üçgeninde,

m(ABD) = 180 – (60 + 65) $\Rightarrow$ m(ABD) = 55

ABD üçgeninde, e > b > a

AD // BC olduğuna göre, m(ADB) = m(DBC) = 60 iç – ters açı

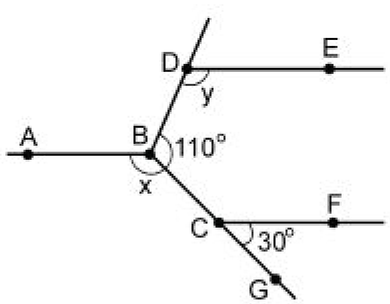
BDC üçgeninde,

m(CDB) = 180 – (60 + 50) $\Rightarrow$ m(CDB) = 70

BDC üçgeninde, c > d > e

Buna göre, c > d > e > b > a elde edilir.

9.



DE // AB // CF

m(DBC) = 110°

m(FCG) = 30°

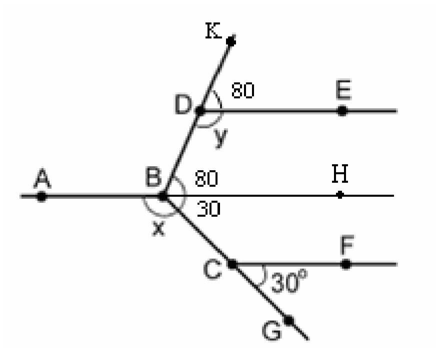
m(ABC) = x

m(EDB) = y

Yukarıdaki verilere göre, x – y farkı kaç derecedir?

A) 30 B) 35 C) 40 D) 45 E) 50

Çözüm 9



m(HBD) = m(EDK) = 80 → yöndeş açılar

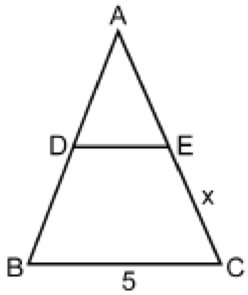
80 + y = 180 ⇒ y = 100

m(GCF) = m(GBH) = 30 → yöndeş açılar

30 + x = 180 ⇒ x = 150

Buna göre, x – y = 150 – 100 ⇒ x – y = 50 bulunur.

10.



ABC bir ikizkenar üçgen

DE // BC

$|BC| = 5$ cm

$|EC| = x$

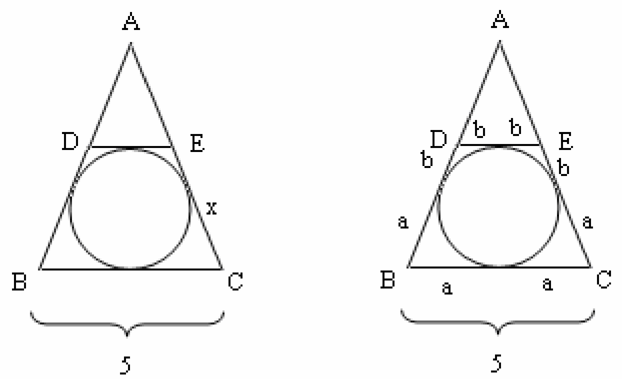
Şekildeki ABC üçgeninde $|AB| = |AC| = 10$ cm'dir.

BCED bir <u>teğetler dörtgeni</u> olduğuna göre, x kaç cm'dir?

A) $\frac{7}{2}$ B) $\frac{9}{2}$ C) 3 D) 4 E) 5

Çözüm 10

Kenarları bir çembere teğet olan dörtgene teğetler dörtgeni denildiğine göre,



Bir çembere dışındaki bir noktadan çizilen teğet parçalarının uzunlukları eşit olduğundan,

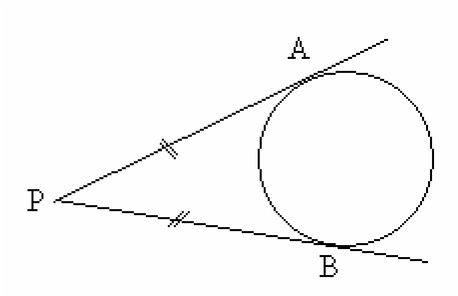
ABC bir ikizkenar üçgen olduğuna göre, $2a = 5 \quad \Rightarrow \quad a = \frac{5}{2}$

DE // BC $\quad \Rightarrow \quad$ ADE ≅ ABC $\quad \Rightarrow \quad \frac{2b}{5} = \frac{10 - (\frac{5}{2} + b)}{10}$

$\Rightarrow \quad \frac{2b}{5} = \frac{15 - 2b}{20} \quad \Rightarrow \quad 8b = 15 - 2b \quad \Rightarrow \quad b = \frac{3}{2}$

$x = a + b \quad \Rightarrow \quad x = \frac{5}{2} + \frac{3}{2} \quad \Rightarrow \quad x = 4$ elde edilir.

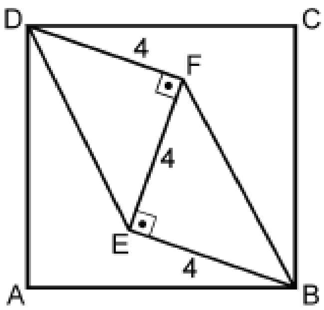
Not :



Bir çembere dışındaki bir noktadan çizilen teğet parçalarının uzunlukları eşittir.

$|PA| = |PB|$

11.



ABCD bir kare

$DF \perp FE$

$FE \perp EB$

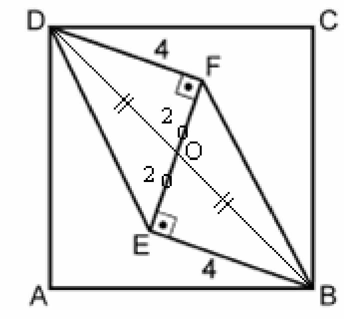
$|DF| = |FE| = |EB| = 4$ cm

Yukarıdaki verilere göre, ABCD karesinin alanı kaç cm² dir?

A) 32 B) 36 C) 40 D) 48 E) 50

Çözüm 11

DB çizilirse,

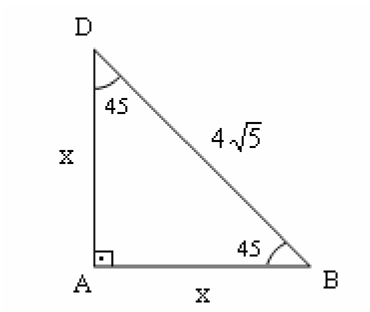


BEFD paralel kenar olacağından, köşegenler birbirini ortalar.

$|OF| = |OE| = 2$ olur.

OEB dik üçgeninde pisagor bağıntısına göre, $|OB|^2 = 4^2 + 2^2 \quad \Rightarrow \quad |OB| = 2\sqrt{5}$

$|OB| = 2\sqrt{5}$ olduğuna göre, $|DB| = 4\sqrt{5}$ olur.



BAD ikizkenar dik üçgeninde pisagor bağıntısına göre,

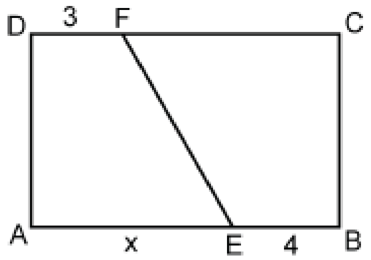
$(4\sqrt{5})^2 = x^2 + x^2 \quad \Rightarrow \quad 2x^2 = 80 \quad \Rightarrow \quad x = 2\sqrt{10}$

$\text{Alan(ABCD)} = x^2 \quad \Rightarrow \quad \text{Alan(ABCD)} = (2\sqrt{10})^2$

$\Rightarrow \quad \text{Alan(ABCD)} = 40$

Not : Bir karede köşegenler açıların açıortayıdır.

12.



ABCD bir dikdörtgen

|DF| = 3 cm

|EB| = 4 cm

|AE| = x

Şekildeki AEFD ve EBCF yamuklarının alanları arasında

$\dfrac{A(AEFD)}{A(EBCF)} = \dfrac{5}{6}$ ilişkisi olduğuna göre, x kaç cm'dir?

A) 6 B) 7 C) 8 D) $\dfrac{15}{2}$ E) $\dfrac{22}{3}$

Çözüm 12

AEFD ve EBCF yamuklarının yükseklikleri : |AD| = h olsun.

|CF| = [(4 + x) – 3] $\Rightarrow$ |CF| = 1 + x

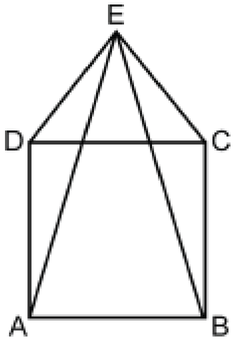
$$\frac{A(AEFD)}{A(EBCF)} = \frac{5}{6} \quad \Rightarrow \quad \frac{\dfrac{(3+x).h}{2}}{\dfrac{(4+(1+x)).h}{2}} = \frac{5}{6}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{3+x}{5+x} = \frac{5}{6}$$

$\Rightarrow$ 18 + 6x = 25 + 5x

$\Rightarrow$ x = 7

13.



ABCD bir kare

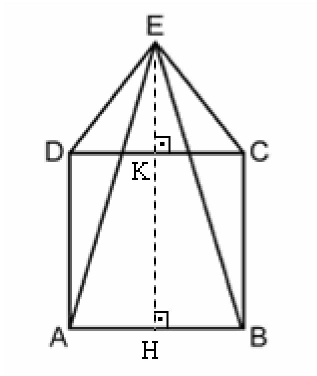
EDC bir üçgen

Şekildeki EDC ve EAB üçgenlerinin alanları arasında

$A(EDC) = \frac{2}{5}.A(EAB)$ ilişkisi olduğuna göre, $\frac{A(EDC)}{A(ABCD)}$ oranı kaçtır?

A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{3}{5}$ D) $\frac{\sqrt{3}}{4}$ E) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

Çözüm 13



$$A(EDC) = \frac{2}{5}.A(EAB)$$

$$\frac{|EK|.|DC|}{2} = \frac{2}{5}.\frac{|EH|.|AB|}{2}$$

ABCD bir kare olduğundan, $|AB| = |DC|$ olur.

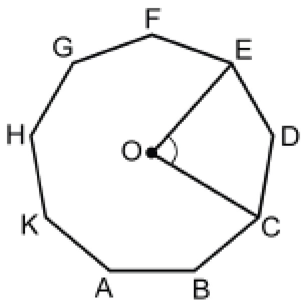
$\frac{|EK|}{|EH|} = \frac{2}{5} \quad \Rightarrow \quad \frac{|EK|}{|EH|} = \frac{2x}{5x}$ olsun.

$|KH| = 5x - 2x \quad \Rightarrow \quad |KH| = 3x$

$\Rightarrow \quad |AB| = |DC| = |KH| = 3x$

$\frac{A(EDC)}{A(ABCD)} = \frac{\frac{2x.3x}{2}}{(3x)^2} = \frac{1}{3}$ elde edilir.

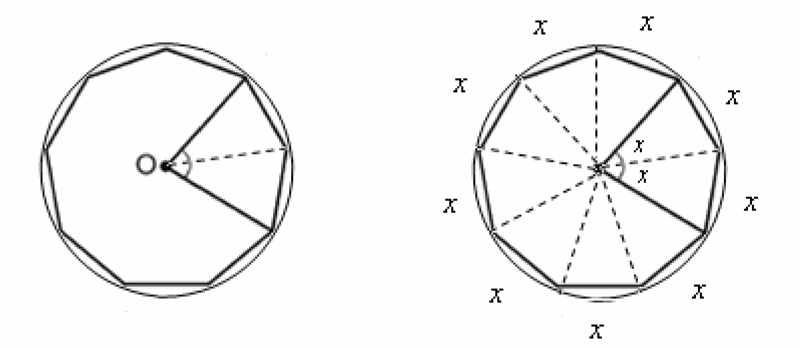
14. Aşağıdaki ABCDEFGHK düzgün dokuzgeni verilmiştir.



O noktası dokuzgenin köşelerinden geçen çemberin merkezi olduğuna göre,
EOC açısının ölçüsü kaç derecedir?

A) 60 B) 72 C) 75 D) 80 E) 90

Çözüm 14

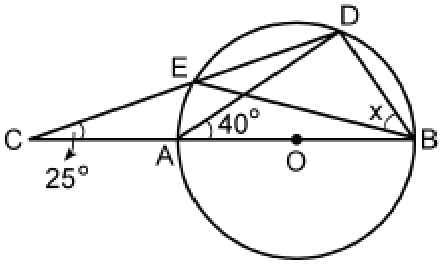


$$x = \frac{360}{9} \Rightarrow x = 40$$

Merkez açının ölçüsü gördüğü yayın ölçüsüne eşit olduğuna göre,

$m(COE) = 2.x = 2.40 \Rightarrow m(COE) = 80$ bulunur.

15.



m(DCB) = 25°

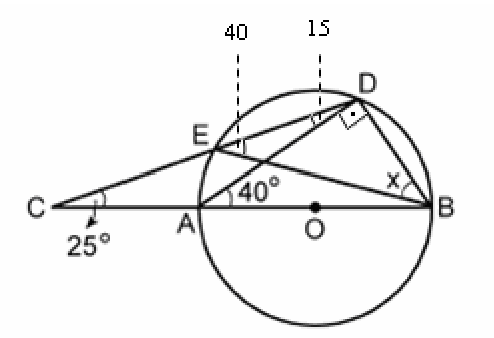
m(DAB) = 40°

m(DBE) = x

Şekildeki A, B, D ve E noktaları O merkezli [AB] çaplı çember üzerindedir.
Buna göre, x kaç derecedir?

A) 25 B) 30 C) 35 D) 40 E) 45

Çözüm 15



Çapı gören çevre açı 90° olduğuna göre, m(ADB) = 90 olur.

Aynı yayı gören çevre açıların ölçüsü birbirine eşit olduğundan,

m(BAD) = 40 = m(BED)

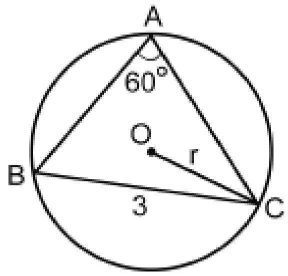
Bir dış açının ölçüsü kendisine komşu olmayan iki iç açının ölçüleri toplamına eşit olduğundan,

CAD üçgeninde, m(CDA) + 25 = 40 $\Rightarrow$ m(CDA) = 15

BED üçgeninde,

40 + x + 90 + 15 = 180 $\Rightarrow$ x = 35 elde edilir.

16.



m(BAC) = 60°

$|BC| = 3$ cm

$|OC| = r$

Şekildeki O merkezli çember ABC üçgeninin çevrel çemberidir.

Buna göre, r kaç cm'dir?

A) $\frac{3}{2}$ B) $\frac{\sqrt{6}}{2}$ C) $\frac{\sqrt{10}}{3}$ D) $\sqrt{2}$ E) $\sqrt{3}$

Çözüm 16

I. Yol

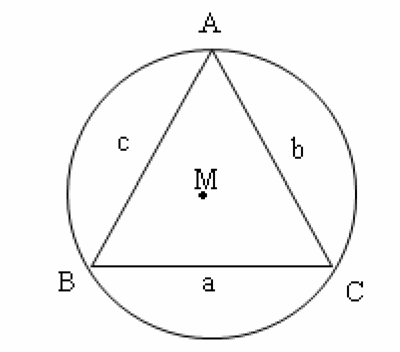
Sinüs teoremine göre,

$$\frac{3}{\sin 60} = 2r \quad \Rightarrow \quad \frac{3}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = 2r \quad \Rightarrow \quad \frac{6}{\sqrt{3}} = 2r$$

$$\Rightarrow \quad \frac{6}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 2r \quad \Rightarrow \quad r = \sqrt{3} \text{ elde edilir.}$$

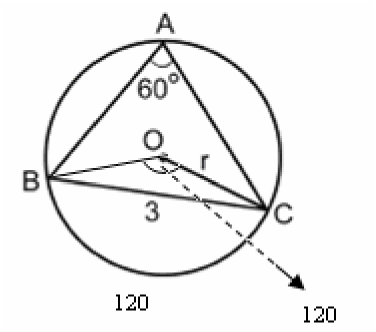
Not : Sinüs Teoremi

Kenar uzunlukları a , b , c birim olan ABC üçgeninin çevrel çemberinin yarıçapı R ise



$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R \text{ dir.}$$

II. Yol



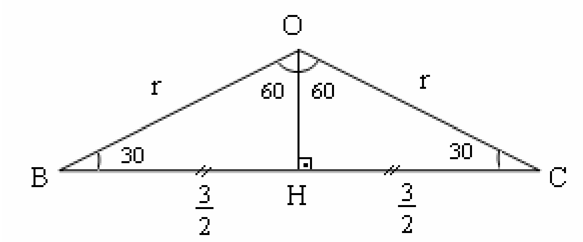
Çevre açının ölçüsü gördüğü yayın ölçüsünün yarısına eşit olduğundan,

m(BAC) = 60 $\Rightarrow$ BC yayı = 120

Merkez açının ölçüsü gördüğü yayın ölçüsüne eşit olduğundan,

BC yayı = 120 = m(BOC)

$|BO| = |OC| = r$ olduğundan, BOC ikizkenar üçgen olur.



BOC ikizkenar üçgeninin yüksekliği çizilirse,

İkizkenar üçgende tabana ait yükseklik, aynı zamanda kenarortay olduğundan,

$|BH| = |HC| = \frac{3}{2}$ olur.

OHC dik üçgeninde,

$60°$ karşısındaki kenar uzunluğu hipotenüsün $\frac{\sqrt{3}}{2}$ katına eşit olduğundan,

$$r.\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3}{2} \quad \Rightarrow \quad r = \frac{3}{\sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow \quad r = \frac{3}{\sqrt{3}}.\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} \quad \Rightarrow \quad r = \sqrt{3} \text{ bulunur.}$$

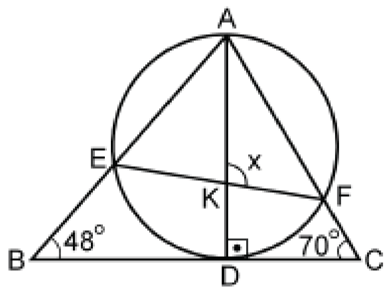
Not : Dik üçgen özellikleri

Bir dar açının ölçüsü 30° olan dik üçgende,

30° karşısındaki kenarın uzunluğu hipotenüsün yarısına ,

60° karşısındaki kenar uzunluğu hipotenüsün $\frac{\sqrt{3}}{2}$ katına eşittir.

17. Aşağıdaki şekilde ABC üçgeninin [AD] yüksekliğini çap kabul eden çember verilmiştir. Bu çember ile üçgenin [AB] kenarının kesim noktası E,
[AC] kenarının kesim noktası ise F'dir.



m(ABC) = 48°

m(ACB) = 70°

m(AKF) = x

Yukarıdaki verilere göre, x kaç derecedir?

A) 112 B) 114 C) 116 D) 118 E) 120

Çözüm 17

I. Yol

x, çemberde iç açı olduğuna göre,

BDA dik üçgeninde,

48 + m(BAD) + 90 = 180 $\Rightarrow$ m(BAD) = 42

m(BAD) = 42 çevre açı $\Rightarrow$ ED yayı = 84

CDA dik üçgeninde,

70 + m(CAD) + 90 = 180 $\Rightarrow$ m(CAD) = 20

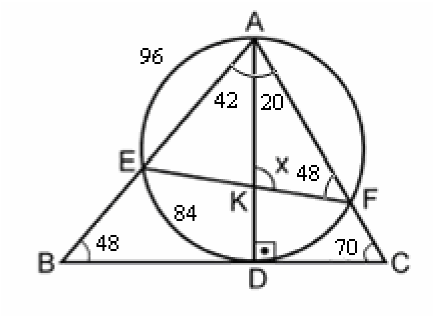
m(CAD) = 20 çevre açı $\Rightarrow$ FD yayı = 40

$\Rightarrow$ FA yayı = 180 – 40 = 140

Çemberde iç açının ölçüsü gördüğü yayların ölçülerinin toplamının yarısına eşit olduğundan,

$x = \dfrac{140 + 84}{2} \Rightarrow x = 112$ bulunur.

II. Yol



BDA dik üçgeninde,

48 + m(BAD) + 90 = 180 $\Rightarrow$ m(BAD) = 42

m(BAD) = 42 çevre açı $\Rightarrow$ ED yayı = 84

$\Rightarrow$ EA yayı = 180 – 84 = 96

EA yayı = 96 çevre açı $\Rightarrow$ m(AFE) = 48

CDA dik üçgeninde,

70 + m(CAD) + 90 = 180 $\Rightarrow$ m(CAD) = 20

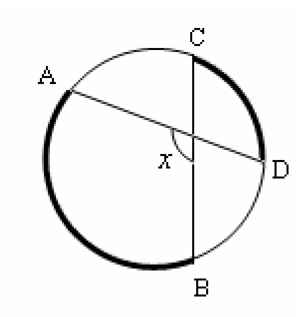
KFA üçgeninde,

48 + x + 20 = 180 $\Rightarrow$ x = 112 elde edilir.

Not : Çemberde iç açı

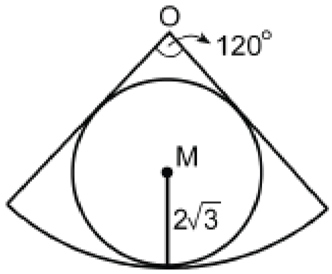
Köşesi çemberin iç bölgesinde olan açıya iç açı denir.

İç açının ölçüsü gördüğü yayların ölçülerinin toplamının yarısına eşittir.



$$x = \frac{m(\overset{\frown}{AB}) + m(\overset{\frown}{CD})}{2}$$

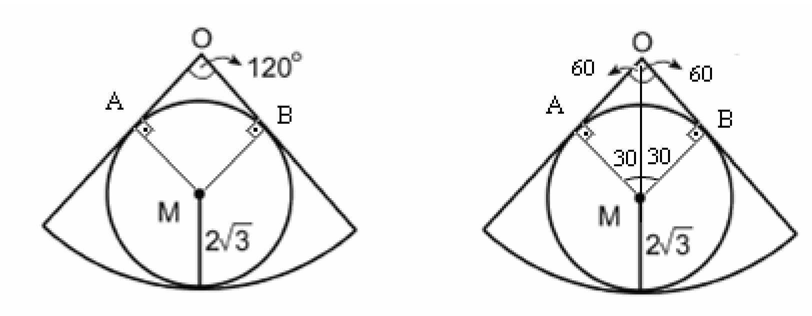
18. Aşağıdaki merkez açısının ölçüsü 120° olan O merkezli daire dilimiyle bu daire dilimine içten teğet olan M merkezli $2\sqrt{3}$ cm yarıçaplı çember verilmiştir.



Buna göre, O merkezli dairenin yarıçapı kaç cm'dir?

A) $\sqrt{6}+2$ B) $\sqrt{6}+4$ C) $2\sqrt{3}+1$ D) $2\sqrt{3}+2$ E) $2\sqrt{3}+4$

Çözüm 18



Yarıçap teğete değme noktasında dik olduğuna göre, OA ⊥ MA ve OB ⊥ MB olur.

Bir çembere dışındaki bir noktadan çizilen teğet parçalarının uzunlukları eşit olduğundan,

$|OA| = |OB|$

MAOB dörtgeninin OM köşegeni çizilirse, [OM] açıortaydır.

OAM dik üçgeni 30 – 60 – 90 üçgeni olur.

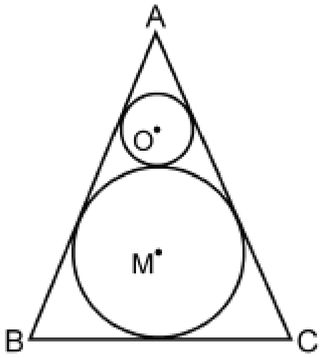
$|MA| = |MB| = 2\sqrt{3}$ olduğuna göre,

Dik üçgende 60° karşısındaki kenar uzunluğu hipotenüsün $\frac{\sqrt{3}}{2}$ katına eşit olacağına göre,

$|OM| . \frac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3} \quad \Rightarrow \quad |OM| = 4$

Buna göre, O merkezli dairenin yarıçapı = 4 + $2\sqrt{3}$ elde edilir.

19.



ABC bir ikizkenar üçgen

$|AB| = |AC|$

Şekildeki O ve M merkezli çemberlerin yarıçapları sırasıyla 2 cm ve 8 cm'dir.

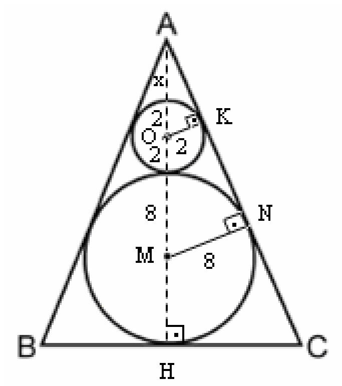
Bu iki çember ABC ikizkenar üçgenine içten, birbirlerine ise dıştan teğettir.

Buna göre, ABC üçgeninin [BC] kenarına ait yüksekliği kaç cm'dir?

A) $\frac{64}{3}$ B) $\frac{68}{3}$ C) $\frac{70}{3}$ D) $\frac{81}{4}$ E) $\frac{85}{4}$

Çözüm 19

ABC ikizkenar üçgeninin yüksekliği çizilirse,



Yarıçap teğete değme noktasında dik olduğuna göre, OK ⊥ AC ve MN ⊥ AC olur.

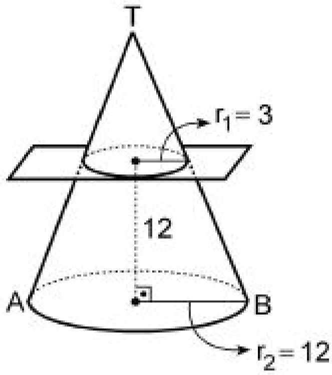
AOK ≅ AMN $\Rightarrow \frac{x+2}{x+2+2+8} = \frac{2}{8} \Rightarrow \frac{x+2}{x+12} = \frac{2}{8} \Rightarrow x = \frac{4}{3}$

ABC üçgeninin [BC] kenarına ait yüksekliği = x + 2 + 2 + 8 + 8

$$= \frac{4}{3} + 20$$

$$= \frac{64}{3}$$

20. Bir dik dairesel koni, tabana paralel bir düzlemle kesiliyor.

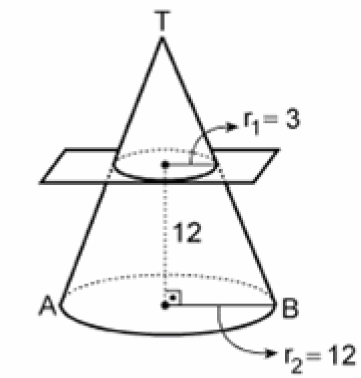


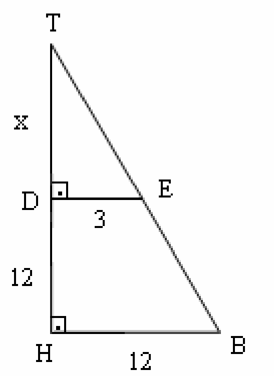
Elde edilen kesik koninin yüksekliği 12 cm, taban yarıçapları ise 3 cm ve 12 cm'dir.

Buna göre, koninin [TA] yanal ayrıtının uzunluğu kaç cm'dir?

A) 15 B) 16 C) 18 D) 20 E) 22

Çözüm 20





TDE ≅ THB $\Rightarrow$ $\dfrac{x}{x+12} = \dfrac{3}{12}$ $\Rightarrow$ $x = 4$

THB dik üçgeninde pisagor bağıntısına göre,

$|TB|^2 = 12^2 + 16^2 \Rightarrow |TB| = 20$

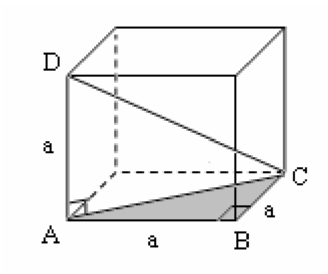
Buna göre, $|TA| = |TB| = 20$ bulunur.

21. Yarıçapı $3\sqrt{3}$ cm olan bir kürenin içine yerleştirilebilecek <u>en büyük</u> hacimli küpün hacmi kaç cm^3 tür?

A) 125 B) 216 C) 512 D) $81\sqrt{3}$ E) $108\sqrt{6}$

Çözüm 21

Kürenin içine yerleştirilebilecek küpün hacminin en büyük olması için :
Küpün en büyük uzunluğu, kürenin çapıyla aynı olmalıdır.



$|CD| = 6\sqrt{3}$

Küpün bir kenar uzunluğu = a olsun.

$AB \perp BC \Rightarrow$ ABC dik üçgeninde pisagor bağıntısına göre,

$|AC|^2 = a^2 + a^2 \Rightarrow |AC| = a\sqrt{2}$

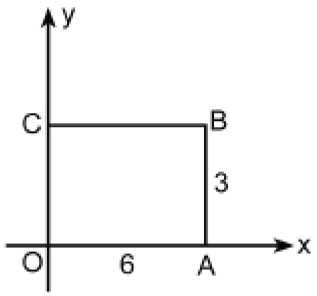
$AD \perp AC \Rightarrow$ DAC dik üçgeninde pisagor bağıntısına göre,

$|CD|^2 = a^2 + (a\sqrt{2})^2 \Rightarrow |CD| = a\sqrt{3}$

$a\sqrt{3} = 6\sqrt{3}$ olacağına göre, a = 6 bulunur.

Küpün hacmi = $a^3 = 6^3 = 216$ cm^3 elde edilir.

22.



OABC bir dikdörtgen

$|OA| = 6$ birim

$|AB| = 3$ birim

Dik koordinat düzleminde verilen şekildeki OABC dikdörtgeninin

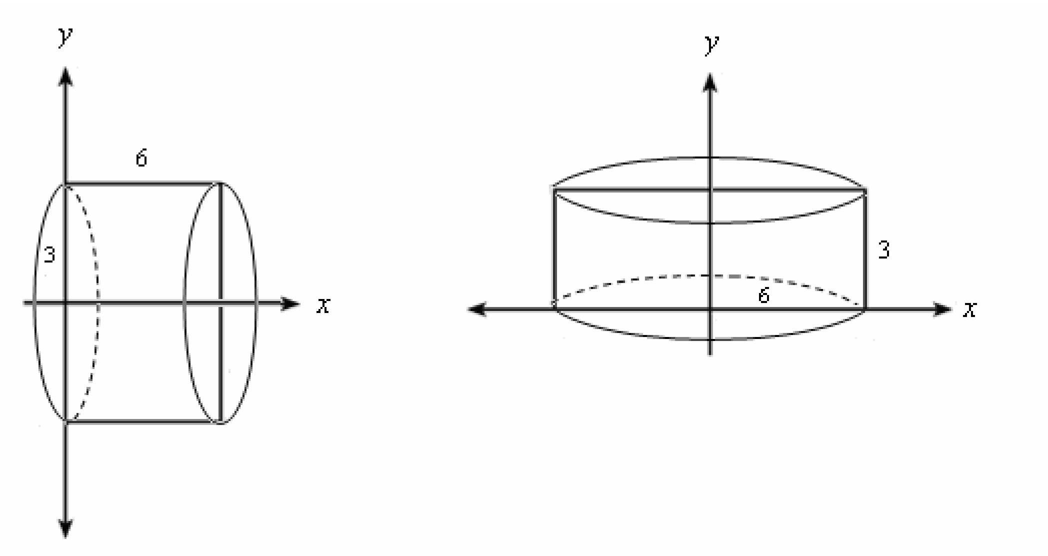
x ekseni etrafında 360° döndürülmesiyle elde edilen silindirin hacmi V_x ,

y ekseni etrafında 360° döndürülmesiyle elde edilen silindirin hacmi de V_y olduğuna göre,

$\dfrac{V_x}{V_y}$ oranı kaçtır?

A) $\dfrac{1}{2}$ B) $\dfrac{1}{3}$ C) $\dfrac{2}{3}$ D) 2 E) 3

Çözüm 22

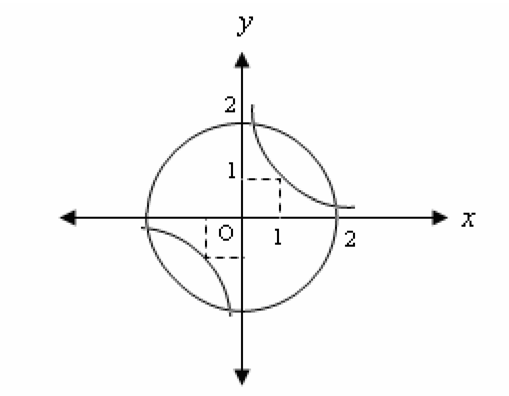


Buna göre, $\dfrac{V_x}{V_y} = \dfrac{\pi.3^2.6}{\pi.6^2.3} = \dfrac{1}{2}$ elde edilir.

23. $x^2 + y^2 = 4$ çemberi ile $x.y = 1$ hiperbolü kaç noktada kesişir?

A) 4 B) 3 C) 2 D) 1 E) 0

Çözüm 23



$x^2 + y^2 = 4$ çemberi ile $x.y = 1$ hiperbolünün kesişim noktaları ortak çözümden bulunur.

$x.y = 1 \quad \Rightarrow \quad y = \dfrac{1}{x}$

$x^2 + y^2 = 4$ çember denkleminde y yerine $\dfrac{1}{x}$ yazılırsa,

$x^2 + \dfrac{1}{x^2} = 4 \quad \Rightarrow \quad x^4 - 4x^2 + 1 = 0$

$x^2 = a$ olsun.

$a^2 - 4a + 1 = 0 \quad \Rightarrow \quad \Delta = (-4)^2 - 4.1.1 = 16 - 4 \quad \Rightarrow \quad \Delta = 12$

$$\Rightarrow \quad a_1 = \frac{-(-4) + \sqrt{12}}{2.1} \quad \Rightarrow \quad a_1 = 2 + \sqrt{3}$$

$$\Rightarrow \quad a_2 = \frac{-(-4) - \sqrt{12}}{2.1} \quad \Rightarrow \quad a_2 = 2 - \sqrt{3}$$

$a_1 = 2+\sqrt{3} \quad \Rightarrow \quad x^2 = 2+\sqrt{3} \quad \Rightarrow \quad x_1 = \sqrt{2+\sqrt{3}}$

$\Rightarrow \quad x_3 = -\sqrt{2+\sqrt{3}}$

$a_2 = 2-\sqrt{3} \quad \Rightarrow \quad x^2 = 2-\sqrt{3} \quad \Rightarrow \quad x_2 = \sqrt{2-\sqrt{3}}$

$\Rightarrow \quad x_4 = -\sqrt{2-\sqrt{3}}$

$x^2 + y^2 = 4$ çember denkleminde veya $x.y = 1$ hiperbol denkleminde
x değerlerini yerine yazarak y değerleri hesaplanır.

$x_1 = \sqrt{2+\sqrt{3}}$

$x.y = 1 \quad \Rightarrow \quad y = \dfrac{1}{x}$

$x_1 = \sqrt{2+\sqrt{3}} \quad \Rightarrow \quad y_1 = \dfrac{1}{\sqrt{2+\sqrt{3}}}$

$\Rightarrow \quad y_1 = \dfrac{1}{\sqrt{2+\sqrt{3}}}.\dfrac{\sqrt{2-\sqrt{3}}}{\sqrt{2-\sqrt{3}}} \quad \Rightarrow \quad y_1 = \dfrac{\sqrt{2-\sqrt{3}}}{\sqrt{2^2-(\sqrt{3})^2}}$

$\Rightarrow \quad y_1 = \sqrt{2-\sqrt{3}}$

$x_1 = \sqrt{2+\sqrt{3}} \quad \Rightarrow \quad y_1 = \sqrt{2-\sqrt{3}} \quad \rightarrow \quad (\sqrt{2+\sqrt{3}}\ ,\ \sqrt{2-\sqrt{3}}\,)$

$x_3 = -\sqrt{2+\sqrt{3}} \quad \Rightarrow \quad y_3 = -\sqrt{2-\sqrt{3}} \quad \rightarrow \quad (-\sqrt{2+\sqrt{3}}\ ,\ -\sqrt{2-\sqrt{3}}\,)$

$x_2 = \sqrt{2-\sqrt{3}} \quad \Rightarrow \quad y_2 = \sqrt{2+\sqrt{3}} \quad \rightarrow \quad (\sqrt{2-\sqrt{3}}\ ,\ \sqrt{2+\sqrt{3}}\,)$

$x_4 = -\sqrt{2-\sqrt{3}} \quad \Rightarrow \quad y_4 = -\sqrt{2+\sqrt{3}} \quad \rightarrow \quad (-\sqrt{2-\sqrt{3}}\ ,\ -\sqrt{2+\sqrt{3}}\,)$

Buna göre, $x^2 + y^2 = 4$ çemberi ile $x.y = 1$ hiperbolü 4 noktada kesişir.

24. Merkezi (3 , 4) noktası ve yarıçapı 4 birim olan çembere dıştan teğet olan 3 birim yarıçaplı çemberlerin merkezlerinin geometrik yerinin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $x^2 + (y - 4)^2 = 16$

B) $(x - 3)^2 + y^2 = 36$

C) $(x - 3)^2 + (y - 1)^2 = 16$

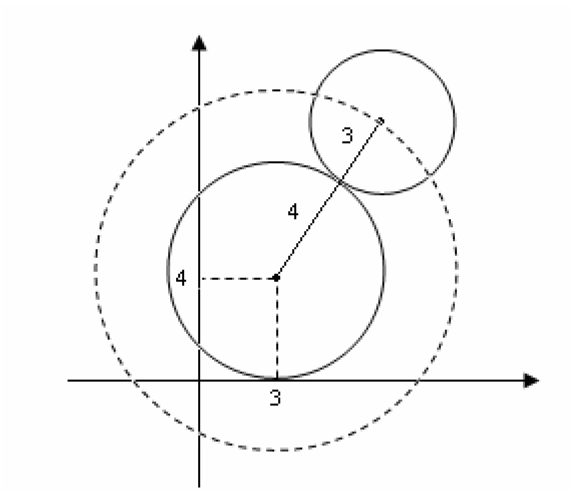
D) $(x - 3)^2 + (y - 4)^2 = 9$

E) $(x - 3)^2 + (y - 4)^2 = 49$

Çözüm 24

Merkezi (3 , 4) noktası ve yarıçapı 4 birim olan çemberin denklemi :

$(x - 3)^2 + (y - 4)^2 = 4^2 \quad \Rightarrow \quad (x - 3)^2 + (y - 4)^2 = 16$

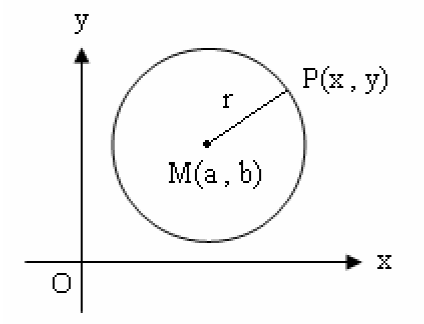


Merkezi (3 , 4) noktası ve yarıçapı 7 birim olan çemberin denklemi :

$(x - 3)^2 + (y - 4)^2 = 7^2 \quad \Rightarrow \quad (x - 3)^2 + (y - 4)^2 = 49$

Not : Çemberin Denklemi

Koordinat düzleminde sabit M(a , b) noktasından r uzaklıkta bulunan noktaların kümesi M(a , b) merkezli r yarıçaplı çember belirtir.



Çemberin denklemi çember üzerindeki noktaların apsisleri ile ordinatları arasındaki bağıntıdır.

$r = |MP| = \sqrt{(x-a)^2 + (y-b)^2}$

Öyleyse

Merkezi M(a , b) ve yarıçapı r olan çemberin denklemi : $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$ dir.

Not : Geometrik Yer

Aynı özelliği taşıyan noktaların meydana getirdikleri şekil, bu noktaların geometrik yeridir. Analitik olarak geometrik yer aramak için bu noktaların ortak özelliğini belirten şeklin denklemini bulmak gerekir.

25. $4x^2 + y^2 - 8kx + 4my + 36 = 0$ denklemi,

aşağıda verilen k ve m değerlerinden hangisi için bir elips belirtir?

A) $k = 0$, $m = 2$ B) $k = 2$, $m = 3$ C) $k = -1$, $m = 1$

D) $k = -2$, $m = 0$ E) $k = -2$, $m = 1$

Çözüm 25

$4x^2 + y^2 - 8kx + 4my + 36 = 0$ denkleminin elips belirtmesi için :

$(4x^2 - 8kx) + y^2 + 4my + 36 = 0$

$(4x^2 - 8kx + 4k^2 - 4k^2) + y^2 + 4my + 36 = 0$

$(4x^2 - 8kx + 4k^2) - 4k^2 + (y^2 + 4my + 4m^2 - 4m^2) + 36 = 0$

$(4x^2 - 8kx + 4k^2) - 4k^2 + (y^2 + 4my + 4m^2) - 4m^2 + 36 = 0$

$(2x - 2k)^2 - 4k^2 + (y + 2m)^2 - 4m^2 + 36 = 0$

$(2x - 2k)^2 + (y + 2m)^2 = 4k^2 + 4m^2 - 36$

Karelerinin toplamı sıfırdan büyük olacağına göre,

$4k^2 + 4m^2 - 36 > 0 \quad \Rightarrow \quad k^2 + m^2 > 9$ olmalıdır.

A) $k = 0$ ve $m = 2$ için : $0^2 + 2^2 > 9 \quad \Rightarrow \quad 4 > 9$

B) $k = 2$ ve $m = 3$ için : $2^2 + 3^2 > 9 \quad \Rightarrow \quad 13 > 9$

C) $k = -1$ ve $m = 1$ için : $(-1)^2 + 1^2 > 9 \quad \Rightarrow \quad 2 > 9$

D) $k = -2$ ve $m = 0$ için : $(-2)^2 + 0^2 > 9 \quad \Rightarrow \quad 4 > 9$

E) $k = -2$ ve $m = 1$ için : $(-2)^2 + 1^2 > 9 \quad \Rightarrow \quad 5 > 9$

Buna göre, $k = 2$, $m = 3$ için

$4x^2 + y^2 - 16x + 12y + 36 = 0$ denklemi elips belirtir.

26. $x^2 + y^2 = r^2$ çemberi ile $y = mx + n$ $(m\ ,\ n \in \mathrm{R})$ doğrusu,

$(x_0\ ,\ y_0)$ ve $(x_1\ ,\ y_1)$ gibi iki farklı noktada kesişiyor.

$x_0 = -x_1$ ve $x_0 \neq 0$ olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi <u>her zaman</u> doğrudur?

A) m = 1 B) n = – 1 C) m – n = 0 D) m + n = 0 E) m.n = 0

Çözüm 26

$x^2 + y^2 = r^2$ çemberi ile $y = mx + n$ $(m\ ,\ n \in \mathrm{R})$ doğrusunun kesişim noktaları ortak çözümden hesaplanır.

$x^2 + y^2 = r^2$ çember denkleminde y yerine $mx + n$ yazalım.

$x^2 + (mx + n)^2 = r^2$

$x^2 + m^2x^2 + 2mnx + n^2 = r^2$

$(1 + m^2).x^2 + 2mn.x + (n^2 - r^2) = 0$

$\Delta = (2mn)^2 - 4.(1 + m^2).(n^2 - r^2)$

$$x_0 = \frac{-2mn + \sqrt{4m^2n^2 - 4.(1+m^2).(n^2-r^2)}}{2.(1+m^2)} \text{ ve } x_1 = \frac{-2mn - \sqrt{4m^2n^2 - 4.(1+m^2).(n^2-r^2)}}{2.(1+m^2)}$$

$x_0 = -x_1$ olduğuna göre,

$$\frac{-2mn + \sqrt{4m^2n^2 - 4.(1+m^2).(n^2-r^2)}}{2.(1+m^2)} = -\left(\frac{-2mn - \sqrt{4m^2n^2 - 4.(1+m^2).(n^2-r^2)}}{2.(1+m^2)}\right)$$

$$\frac{-2mn + \sqrt{4m^2n^2 - 4.(1+m^2).(n^2-r^2)}}{2.(1+m^2)} = \frac{2mn + \sqrt{4m^2n^2 - 4.(1+m^2).(n^2-r^2)}}{2.(1+m^2)}$$

$-2mn = 2mn$

$4mn = 0$

$mn = 0$ elde edilir.

27. $\overrightarrow{AB} = (4\ ,-2\ ,1)$

$\overrightarrow{AC} = (1\ ,5\ ,2)$

olduğuna göre, $\overrightarrow{BC}$ vektörü aşağıdakilerden hangisidir?

A) (– 3 , 7 , 1) B) (– 1 , 7 , 1) C) (1 , – 3 , 3) D) (1 , 3 , 3) E) (7 , 3 , 3)

Çözüm 27

I. Yol

$\overrightarrow{BC}$ vektörünü bulmak için, bitim noktasının koordinatlarından başlangıç noktasının koordinatları çıkarılır.

Buna göre,

$\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB} \Rightarrow \overrightarrow{BC} = (1-4\ ,5-(-2)\ ,2-1)$

$\Rightarrow \overrightarrow{BC} = (-3\ ,7\ ,1)$ elde edilir.

II. Yol

$\vec{A} = (a_1\ ,\ a_2\ ,\ a_3)$

$\vec{B} = (b_1\ ,\ b_2\ ,\ b_3)$

$\vec{C} = (c_1\ ,\ c_2\ ,\ c_3)$ olsun.

$\overrightarrow{AB} = (4\ ,-2\ ,1) \Rightarrow (b_1 - a_1\ ,\ b_2 - a_2\ ,\ b_3 - a_3) = (4\ ,-2\ ,1)$

$\overrightarrow{AC} = (1\ ,5\ ,2) \Rightarrow (c_1 - a_1\ ,\ c_2 - a_2\ ,\ c_3 - a_3) = (1\ ,5\ ,2)$

$\overrightarrow{BC} = (c_1 - b_1\ ,\ c_2 - b_2\ ,\ c_3 - b_3)$ olacağına göre,

$\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}$

$\overrightarrow{BC} = (1-4\ ,5-(-2)\ ,2-1) \Rightarrow \overrightarrow{BC} = (-3\ ,7\ ,1)$ elde edilir.

Not :

$\vec{A} = (x_1 \ , \ y_1 \ , \ z_1)$

$\vec{B} = (x_2 \ , \ y_2 \ , \ z_2)$

vektörleri için $\overrightarrow{AB}$ vektörünü bulmak için,

bitim noktasının koordinatlarından başlangıç noktasının koordinatları çıkarılır.

Buna göre, $\overrightarrow{AB} = (x_2 - x_1 \ , \ y_2 - y_1 \ , \ z_2 - z_1)$ olur.

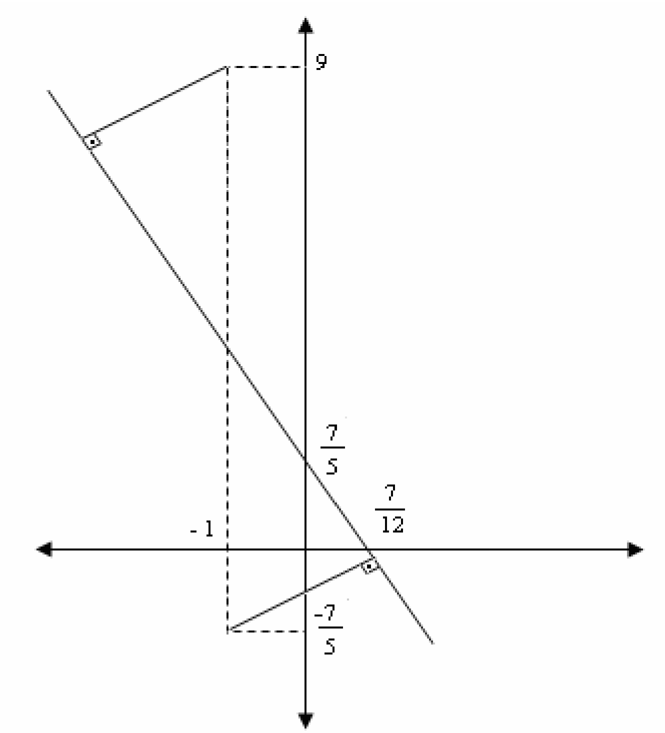
28. A(– 1 , a) noktasının 12x + 5y – 7 = 0 doğrusuna olan uzaklığı 2 birim olduğuna göre, a'nın alabileceği değerlerin <u>çarpımı</u> kaçtır?

A) $\dfrac{-61}{5}$ B) $\dfrac{-63}{5}$ C) $\dfrac{-57}{6}$ D) $\dfrac{-53}{6}$ E) $\dfrac{-49}{8}$

Çözüm 28

$12x + 5y - 7 = 0 \Rightarrow x = 0$ için : $y = \dfrac{7}{5} \Rightarrow (0 , \dfrac{7}{5})$

$\Rightarrow y = 0$ için : $x = \dfrac{7}{12} \Rightarrow (\dfrac{7}{12} , 0)$



Bir noktanın bir doğruya uzaklığından,

A(– 1 , a)

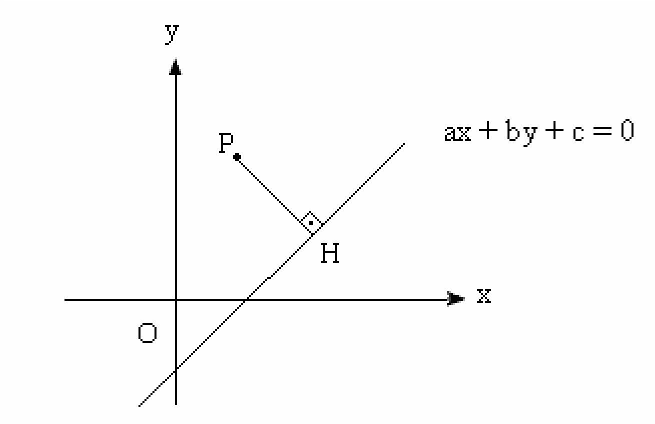
$2 = \dfrac{|12.(-1) + 5.a - 7|}{\sqrt{12^2 + 5^2}} \Rightarrow |5a - 19| = 26 \Rightarrow 5a - 19 = 26 \Rightarrow a = 9$

$\Rightarrow -5a + 19 = 26 \Rightarrow a = \dfrac{-7}{5}$

Buna göre, a'nın alabileceği değerlerin çarpımı = $9.(\dfrac{-7}{5}) = \dfrac{-63}{5}$ elde edilir.

Not : Bir noktanın bir doğruya uzaklığı

P(x_1 , y_1) noktasının ax + by + c = 0 doğrusuna uzaklığı,

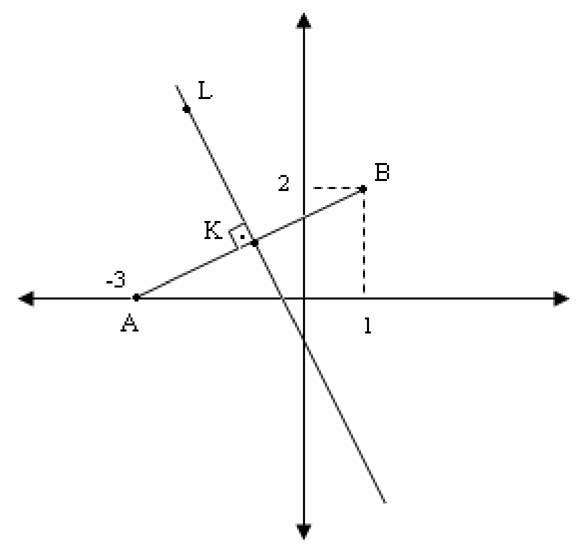


$\Rightarrow$ $|PH| = d = \dfrac{|ax_1 + by_1 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$ dir.

29. Analitik düzlemde A(– 3 , 0) ve B(1 , 2) noktaları için [AB] doğru parçasının orta dikmesinin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) y + 2x + 1 = 0 B) y + 2x – 1 = 0 C) y – 2x + 2 = 0
D) 2y + x – 1 = 0 E) 2y + 2x – 1 = 0

Çözüm 29



A(– 3 , 0) ve B(1 , 2) noktaları için iki noktası bilinen doğrunun eğimine göre,

$$m_{AB} = \frac{2-0}{1-(-3)} \quad \Rightarrow \quad m_{AB} = \frac{1}{2}$$

[AB] doğru parçasının orta noktası K(x , y) olsun.

$$\left.\begin{array}{l} x = \dfrac{-3+1}{2} \quad \Rightarrow \quad x = -1 \\[2ex] y = \dfrac{0+2}{2} \quad \Rightarrow \quad y = 1 \end{array}\right\} \text{K}(x , y) = \text{K}(-1 , 1) \text{ olur.}$$

[AB] doğru parçası ile orta dikmesi olan [KL] doğrusunun eğimleri çarpımı – 1 dir.

$$m_{AB}.m_{KL} = -1 \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{2}.m_{KL} = -1 \quad \Rightarrow \quad m_{KL} = -2$$

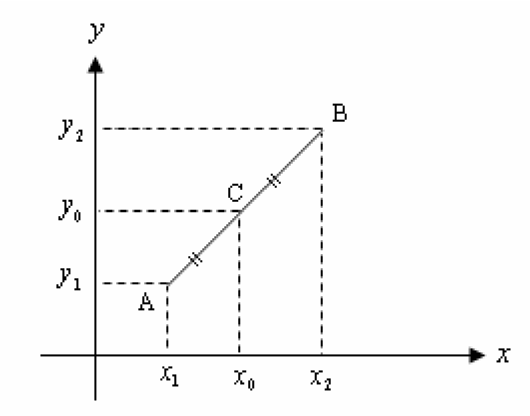
Eğimi ve bir noktası bilinen doğru denklemine göre,

y – 1 = – 2.(x – (– 1)) ⇒ y – 1 = – 2x – 2 ⇒ y + 2x + 1 = 0 elde edilir.

Not : İki Noktası Bilinen Doğrunun Eğimi

A(x_1 , y_1) ve B(x_2 , y_2) $\Rightarrow$ m = $\dfrac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}$

Not : Bir Doğru Parçasının Orta Noktasının Koordinatları

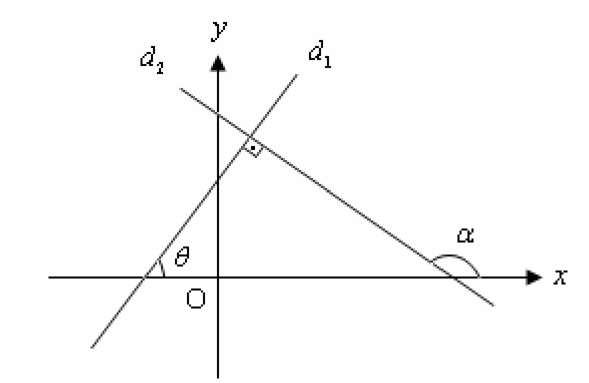


A(x_1 , y_1) ve B(x_2 , y_2) olmak üzere [AB] nin orta noktası C(x_0 , y_0) olsun.

A x_1 x_2 B yamuğunda $\Rightarrow$ $y_0 = \dfrac{y_2 + y_1}{2}$

A y_1 y_2 B yamuğunda $\Rightarrow$ $x_0 = \dfrac{x_2 + x_1}{2}$

Not : İki Doğrunun Diklik Koşulu



d_1 doğrusunun eğimi $m_1 = \tan\theta$

d_2 doğrusunun eğimi $m_2 = \tan\alpha$

$m_2 = \tan\alpha$

$m_2 = \tan(90+\alpha) \quad \Rightarrow \quad m_2 = -\cot\theta$

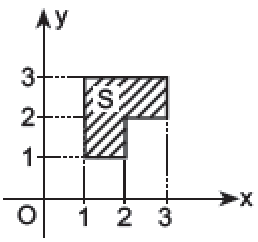
$$\Rightarrow \quad m_2 = -\frac{1}{\tan\theta}$$

$$\Rightarrow \quad m_2 = -\frac{1}{m_1} \quad \Rightarrow \quad m_1.m_2 = -1 \text{ bulunur.}$$

Not : Bir Noktası ve Eğimi Bilinen Doğru Denklemi

A(x_1 , y_1) ve eğim : m $\quad \Rightarrow \quad$ m = $\dfrac{y-y_1}{x-x_1} \quad \Rightarrow \quad y - y_1 = m.(x - x_1)$

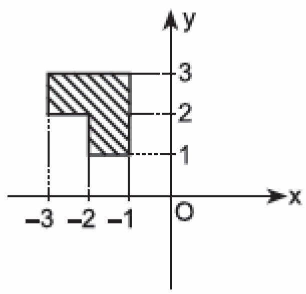
30. S kümesi, aşağıdaki grafikte taralı olan bölgedeki (x , y) sıralı ikililerinden oluşmaktadır.

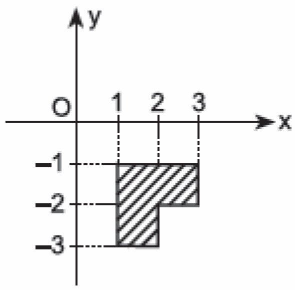


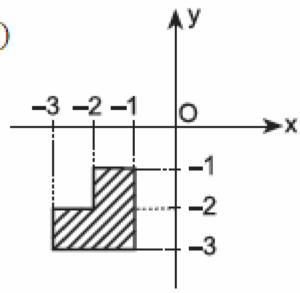
Buna göre

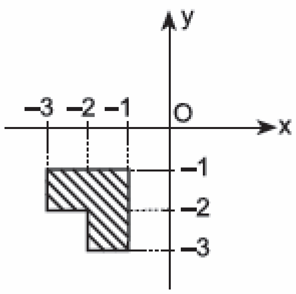
T = {(x , y) ∈ R^2 : (– x , – y) ∈ S}

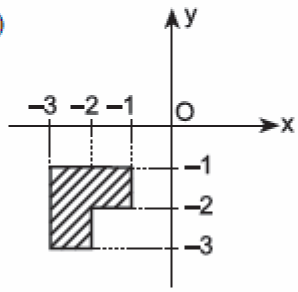
biçiminde tanımlanan kümenin grafiği aşağıdakilerden hangisidir?

A)


B)


C)


D)


E)


Çözüm 30

$T = \{(x , y) \in R^2 : (-x , -y) \in S\}$

$(1 , 1) \in S \quad \Rightarrow \quad (-1 , -1) \in T$

$(1 , 2) \in S \quad \Rightarrow \quad (-1 , -2) \in T$

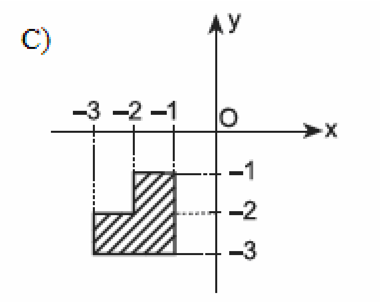
$(1 , 3) \in S \quad \Rightarrow \quad (-1 , -3) \in T$

$(2 , 1) \in S \quad \Rightarrow \quad (-2 , -1) \in T$

$(2 , 2) \in S \quad \Rightarrow \quad (-2 , -2) \in T$

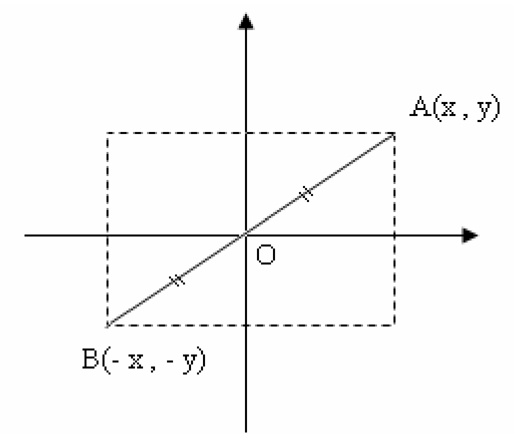
$(3 , 2) \in S \quad \Rightarrow \quad (-3 , -2) \in T$

$(3 , 3) \in S \quad \Rightarrow \quad (-3 , -3) \in T$



Not : Analitik Düzlemde Orijine Göre Simetri

A(x , y) noktasının O(0 , 0) noktasına göre simetriği B(– x , – y) dir.



Adnan ÇAPRAZ

adnancapraz@yahoo.com

AMASYA