

Üç Kâğıt!

Ali Nesin

İki kişi arasında ve üç kâğıtla oynanan bir oyunu ele alacağız bu yazımızda.

O kadar güzel bir oyun ki, ortaokullarda ve liselerde çok güzel bir matematik dersi konusu olur. Çocuklar aşkla, şevkle matematik yaparlar...

Oyun şöyle:

Oyunculardan biri sizsiniz.

Oyunda üç iskambil kâğıdı var.

Birinin her iki yüzü de mavi. Buna MM kartı diyelim.

Öbürünün her iki yüzü de kırmızı. Buna KK kartı diyelim.

Sonuncusunun bir yüzü mavi, bir yüzü kırmızı. Buna MK kartı diyelim.

Öbür oyuncu kâğıtları masanın altında karıştırıyor. Bakmadan, hile yapmadan...

Sonra üç kâğıttan birini rastgele seçip masanın üstüne koyuyor. Kâğıdın üst yüzünün rengini görüyorsunuz, alt yüzünün rengini göremiyorsunuz. Kâğıdın alt yüzünün rengini tahmin etmelisiniz. Tahmin ederseniz kazanıyorsunuz, yoksa kaybediyorsunuz.

Diyelim ki üst yüz mavi. Demek ki kâğıt KK olamaz. Ya MM ya da MK olabilir. Dolayısıyla öbür yüz ya kırmızı ya da mavi, yüzde elli olasılıkla mavi, yüzde elli olasılıkla kırmızı... Kazanma şansınız "fifty fifty" yani...

Öte yandan, $2/3$ olasılıkla MM ya da KK kâğıdı düşecek masaya. Dolayısıyla üstte görünen rengi söylerseniz kazanma şansınız $2/3$ olur. Demek ki üst yüz mavi olduğunda alt yüzün de mavi olduğunu tahmin ederseniz, kazanma şansınız, $1/2$ (yüzde elli) değil, $2/3$ olur.

Yukardaki hesaplardan hangisi doğru? Öbürü niye yanlış?

İkinci hesap doğru ve birinci hesap yanlış.

İkinci hesabı başka türlü açıklayalım. O zaman birinci hesabın neden yanlış olduğu daha kolay anlaşılacak.

Oyunda iki renk ve üç kâğıt var ama bu üç kâğıdın altı yüzü var... Kâğıtları,
MM, KK, MK

diye adlandıracağımıza,

M_1M_2, K_1K_2, M_3K_3

olarak adlandıralım. Eğer görünen renk maviyse, o zaman o yüz M_1, M_2 ya da M_3 yüzü olabilir. Öbür yüz ilk iki şıkta mavidir, son şıktaysa kırmızı; demek ki $2/3$ olasılıkla mavi, $1/3$ olasılıkla kırmızı...

Birinci hesaptaki yanlış nerede? Olay kümesi yanlış gösterilmiş. Üstteki yüz maviyse, kâğıdın MM ya da MK olabileceği söyleniyor. Doğru ama, üst yüzün mavi olduğunu bildiğimizde, o kâğıdın MM kâğıdı olma olasılığı ($= 2/3$), MK kâğıdı olma olasılığından ($= 1/3$) daha fazla.