

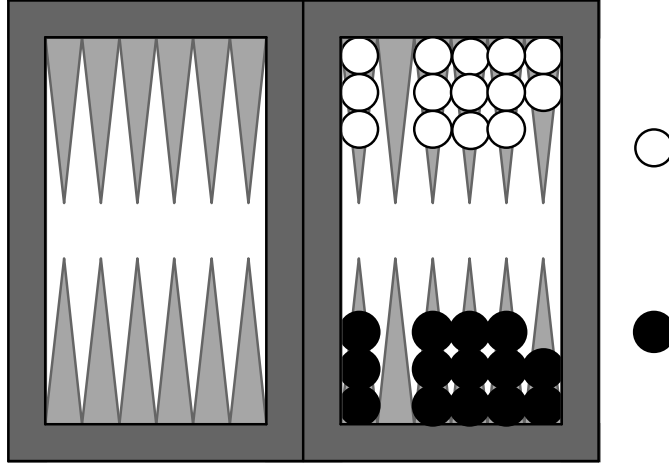
Tavla Üzerine Bir Soru

Ali Nesin

Sonlu Oyunlar yazımızda sonlu oyunlardan söz etmiştik. Bu yazıda kuramsal olarak sonsuza dek uzayabilecek, ancak oynandığında, yani uygulamada, bitip bitmeyeceğinden emin olmadığım bir oyundan sözedeceğiz. Hepimizin bildiği bir oyun bu: Tavla.

Tavla sonlu bir oyun mudur? Tavlanın uzun sürdüğü olabilir, ama bugüne dek oynadığınız her tavla oyunu sona ermiştir. Hiç yenişmeden günlerce (bir el) tavla oynayana raslamamışsınızdır. Oysa tavla kuramsal olarak **sonsuz** bir oyundur. Yani kuramsal olarak sonsuza dek sürebilir. Örneğin, her iki oyuncunun da birer kırığı ve birer kapısı olabilir ve her iki oyuncu da (kuramsal olarak) sonsuza dek gele atabilirler. Tek bir kapıya sonsuza dek gele atma olasılığı 0'dır elbet.

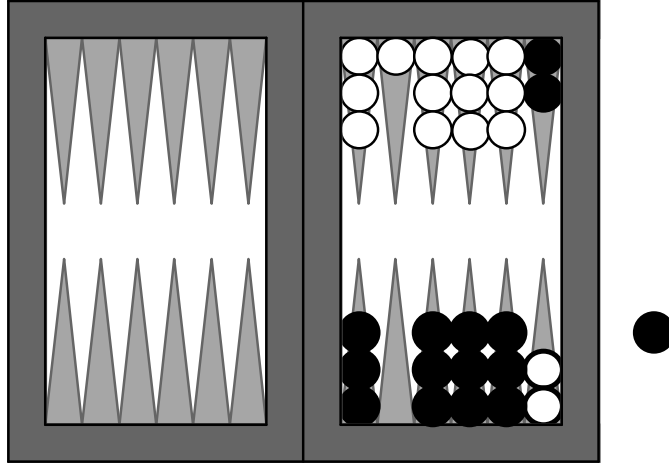
Tavlanın (kuramsal olarak) sonsuza dek sürebileceği örnekleri artırabiliriz. Aşağıdaki durumu alalım:



Her iki oyuncunun da birer kırığı var ve her ikisi de penç (5) kapısı dışında bütün kapıları almışlar. Bu durumda her iki oyuncu da durmadan gele atarsa oyun sonsuza dek sürer. Durmadan sonsuza dek gele atmanın, yani hiç penç atamamanın olasılığı – eğer zarlar yüzde yüz olasılıkla penç gelecek şekilde hileli değilse – sıfırdır¹. Yani kuramsal olarak sonsuza dek gele atılabilir bile, uygulamada atılamaz. Kuramsal olarak sonsuz olabilen tavla işte bu yüzden uygulamada biter (sanıyorum biter, kanıtım yok!).

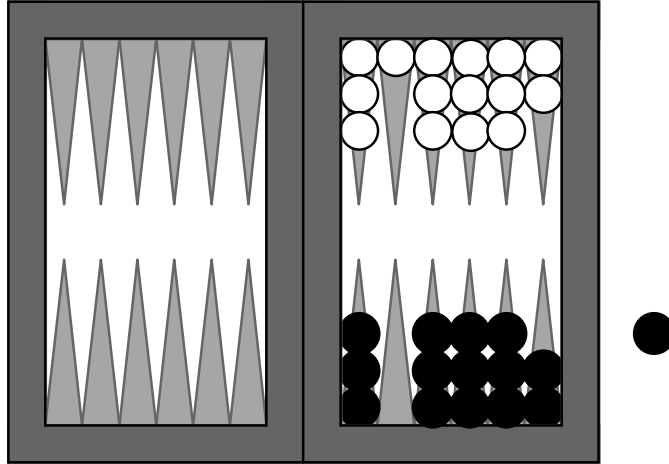
Buna benzer örnekleri çoğaltabiliriz. İşte bir tane daha:

¹ Bu savımın doğruluğu *Yüzde Yüz Sonlu Sonsuz Oyunlar* adlı yazıdan çıkar. (Bknz. sayfa **Hata! Yer işareti tanımlanmamış.**)



Yukardaki durumda (sıra kimde olursa olsun) her iki oyuncuya da durmadan dübeş (5–5) gelirse oyun sonsuza dek sürer. Bunun olasılığı da sıfırdır elbet.

Tavlanın sonsuza dek sürebileceği durumlara üçüncü bir örnek verelim. Bu örnek yukardaki örneklerden değişik olacak: oyuncular **isteyerek** (ama gene zarın yardımıyla) sonsuza dek sürdürecekler oyunu:



Yukardaki oyunda siyahın bir kırığı var ve zar atma sırası siyahta. Dübeş (5–5) geldi. Diyelim, siyah kırık pulu dört kez 5 oynadı: beyazın penç hanesindeki pulu kırıp kendi penç hanesine yattı. Doğru oyun bu değil ama varsayalım siyah böyle oynadı. Şimdi sıra beyazda. Beyaza da dübeş gelsin ve beyaz da kırık taşını dört kez 5 oynasın. Bundan sonra her iki oyuncuya durmadan dübeş gelsin ve yukardaki oyunu yinelesinler. Oyun sonsuza dek sürer. Elbet sonsuza dek dübeş gelme olasılığı da sıfırdır.

Tavla – en azından kuramsal ve varsayımsal olarak – çeşitli biçimlerde sonsuza dek sürebilir:

1) Yukardaki ilk iki örnekte olduğu gibi oyuncuların bir seçeneği olmayabilir, oyuncular ne oynarlarsa oynasınlar oyun sonsuza değin sürebilir.

2) Yukardaki üçüncü örnekte olduğu gibi oyuncular bilerek ve isteyerek oyunu sonsuza değin sürdürebilirler.

Bir de şu ayrımı yapabiliriz:

a) Yukardaki her üç örnekte de olduğu gibi oyunun sonsuza dek sürmesi için oyuncular zardan yardım beklerler. Zar istedikleri gibi gelmezse, oyun sonsuza dek süremez.

b) Zar ne gelirse gelsin, oyun sonsuza değin sürebilir.

İlk iki örnek 1a şikkının, üçüncü örnekte 2a şikkının olabileceğini göstermektedir. a şikkının olasılığı sıfırdır, yani zarların sonsuza değin istediğimiz gibi gelme olasılığı sıfırdır. Dolayısıyla 1b ve 2b şıkları üzerine yoğunlaşmak yeterlidir.

1b şikkına bir örnek vermeye çalışayım (başaramayacağım, ama deneyeceğim.) İki oyuncu da altı kapıyı almış olsalar ve her iki oyuncunun da birer kırığı olsa, oyun sonsuza dek sürer. Ama tavlada (hile yapmadan) bu duruma erişilmez. Neden erişilmediğinin kanıtını okura bırakıyoruz.

1b ve 2b şıkları tavlada olabilir mi? Bilmiyorum. 1b şikkının olmaması “gerektiğini” deneyimle biliyoruz. Çünkü oynadığımız her tavla oyunu bitmiştir. Tavla genellikle on on beş dakikada, bilemediniz bir saatte biter. Tavla oyununun sonlu olduğunu deneyimle biliyoruz. Ancak bunun matematiksel kanıtını vermedikçe matematiksel kesinlikle tavla oyununun bittiğini söyleyemeyiz. Önsezimiz ve deneyimimiz 1b şikkının olamayacağını söylüyor. Ama önsezilerimizden öteye gitmeli ve bunun matematiksel bir kanıtını vermeliyiz. Önsezi, matematiğin vazgeçilmez öğelerindedir.

Genellikle, matematikçi kanıtlayacağı teoremden önce kendi emin olur. Bunun yolu da önseziden geçer. Matematikçi sezgiyle vardığı sonucu daha sonra biçimselleştirmelidir, yani sonucun matematiksel bir kanıtını bulmalıdır. Öyle ki, bu biçimsel kanıtı okuyan hiç kimse kanıtın doğruluğundan en küçük bir kuşku duymasın.

2b şikkının olamayacağını söylemek pek kolay değil. Bir arkadaşınızla anlaşın ve oyunu bitirmemeye çalışarak tavla oynayın. Örneğin sık sık açık verin. Kazanmak için oynamayın. Kaybetmek için de oynamayın. Yalnızca oyunu sonsuza dek sürdürmek için oynayın. Göreceksiniz ki yeterince zamanınız olsa nerdeyse başaracaksınız².

² Bu yazıyı okuyan bir arkadaşım, tavlının bitip bitmeyeceği konusunu babasına açmış. Arkadaşımın babası, tavlının her zaman – her iki oyuncu da kazanmak için oynasa bile – bitmeyeceğine inanabileceğini söylemiş. Çünkü, bir gün, çok uzun süren, hiç de biteceğe benzemeyen ve yarıda bırakmak zorunda kaldığı bir tavla oynamış.