Matematikçi Hilesi

Ali Nesin

Matematik bölümünün tam karşısına yeni bir lokanta açılmış. Bana kalırsa kötü bir yer seçilmiş. Kaç kişi gider ki o lokantaya? Bizim bölümden başka bir tane bina yok çevrede. Yakında batar. Batmadan gidelim dedik ailecek. Gittik de. Her masanın üstüne bir oyun koymuş lokanta sahibi. Herhalde çocukların oyuna dalıp anababalarını rahat bırakmaları düşüncesiyle konmuş olacak. Güzel bir buluş. Nitekim öyle de oldu. Çocuklar lokantaya girer girmez oyuna daldılar.

Oyuna şöyle bir göz attım. İlginç bir oyun. Kendimi bildim bileli oyuna düşkünümdür. Oyuncağı çocukların elinden alıp eşimle oynamaya başladık ("Yemekte oyun oynanmadığını bilmiyor musunuz?") Çocukların sonradan söylediğine göre, biz oyuna dalmışken onlar da "makarna savaşı" yaparak oyalanmışlar.

"Yalnızların Oyunu" diye adlandırılan bu oyun, adından da anlaşılacağı gibi, tek kişilik bir oyun. Tahtadan bir üçgenin üstüne 1 + 2 + 3 + 4 + 5, yani 15 tane delik açılmış. Şöyle:

○
○ ○
○ ○ ○
○ ○ ○ ○
○ ○ ○ ○ ○

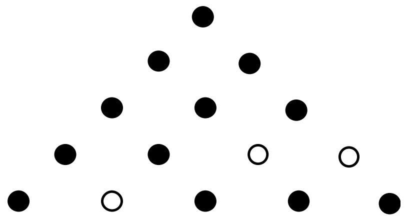
Ve bu deliklere girebilecek büyüklükte 14 çubuk var. Çubukları deliklere yerleştireceksiniz (deliklerden biri boş kalacak demek ki.) Örneğin şöyle (boş kalan deliği beyaz, çubuklu delikleri siyah olarak gösteriyorum):

●
● ●
● ○ ●
● ● ● ●
● ● ● ● ●

Yapabileceğiniz bir tür yasal hamle var: çubuklardan birini yanındaki ya da çaprazındaki çubuğun üstünden aşırtıp bir sonraki deliğe sokabilirsiniz, ama bu hamleyi yapabilmeniz için çubuğun gireceği deliğin boş olması gerekir. Ve üstünden aşılan çubuk oyundan çıkarılır. Örneğin yukardaki durumda, en alt sıradaki soldan ikinci çubuğu, kuzeydoğusundaki çubuğun üstünden aşırtarak aşağıdaki durumu elde edebilirsiniz:

●
● ●
● ● ●
● ○ ● ●
● ○ ● ● ●

Bundan sonra, alttan ikinci sıranın en sağındaki çubuğu solundaki çubuğun üstünden aşırtabilirsiniz:



Gitgide çubuk sayısı azalır. Amaç olabildiğince az çubuk bırakmak. Oyunun arkasında şöyle yazıyor:

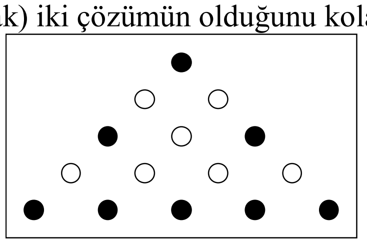
Üç çubuk bırakan – eh! şöyle böyle – 10 puan
İki çubuk bırakan – ortalamanın üstünde – 25 puan
Bir çubuk bırakan – çok zeki – 50 puan
Bir çubuğu oyunun başındaki boş delikte bırakan – çok parlak – 100 puan
Hiçbiri kımıldayamayacak biçimde 8 çubuk bırakan – dâhi – 200 puan

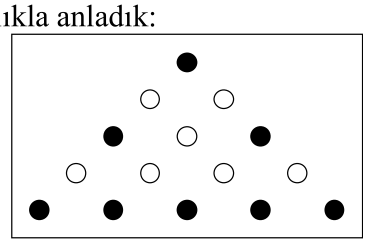
Uzun bir süre “eh! şöyle böyle”ydik. Neden sonra “çok zeki” aşamasına geçebildik. Çok uğraşmamıza karşın “çok parlak” olamadık. Sıkıldık. “Dâhi” aşamasını denedik. Baktık “dâhilik” de kolay değil, hileye başvurduk. Başvurduğumuz hile, aslında matematikte sık kullanılan bir yöntemdir: kanıtlanacak teoreme sondan başlanır. Yani kanıt sondan başa doğru bulunur. Örneğin, diyelim iki pozitif x ve y sayıları için, $\sqrt{x+y} \leq \sqrt{x} + \sqrt{y}$ eşitsizliğini kanıtlamamız gerekiyor. Kanıtlamak istediğimiz bu eşitsizliğin karesini alırsak, $x + y \leq x + 2\sqrt{xy} + y$ buluruz. Sadeleştirince de doğruluğunu bildiğimiz $0 \leq 2\sqrt{xy}$ eşitsizliğini elde ederiz. Kanıtı yazmak için yukarda elde ettiğimiz çıkarımları ters çevirmek gerekir:

$0 \leq \sqrt{xy}$ *eşitsizliğinden* $0 \leq 2\sqrt{xy}$ *eşitsizliğini çıkarırız. Bu eşitsizliğin soluna ve sağına* $x + y$ *ekleyerek,* $x + y \leq x + 2\sqrt{xy} + y$ *buluruz. Bu son eşitsizliğin sağ tarafındaki terim* $(\sqrt{x} + \sqrt{y})^2$ *ye eşit. Demek ki* $x + y \leq (\sqrt{x} + \sqrt{y})^2$. *Şimdi iki tarafın da karekökünü alarak, dilediğimiz eşitsizliği kanıtlamış oluruz.*

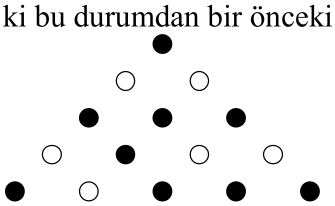
İşte başvurduğumuz hile bu yöntemden esinlenmişti.

Oyuna sondan başladık. Önce oyunun sonundaki durumların ne olabileceğini bulduk. Sekiz çubuğu, hiçbiri kımıldayamayacak biçimde nasıl yerleştirebilirdik? Kısa bir zaman sonra (simetrileri saymazsak) iki çözümün olduğunu kolaylıkla anladık:





Çözümleri saptadıktan sonra, bu çözümlerden bir önceki hamlelerin ne olabileceğine baktık. Örneğin, yukardaki soldaki duruma gelebilmek için, en alt sıranın soldan ya ikinci ya da dördüncü çubuğu oynanmıştır. Demek ki bu durumdan bir önceki durum şöyle olabilir:



Sonra, teker teker daha önceki hamlelerimizin neler olabileceğini saptadık. Yani geriye doğru gittik. Toplam 14 çubuk var; demek ki 8 çubuk bırakmak için geriye doğru 6 hamle yapmamız gerekiyor. Oyunun tam bir şemasını çıkardık. Yazının sonunda bu şemayı bulacaksınız[1]. Kimileyin geriye gidemedik. Yani öyle bir duruma geldik ki, bir önceki hamle olamaz o durumda. O zaman durduk elbet. Ama, bir önceki hamle – ya da hamleler – oldukça, geriye gitmeyi sürdürdük. Geriye doğru 6 hamle yapabilmemiz gerekiyordu; yaptık da. Çift çerçeveli resimleri aşağıdan yukarıya doğru izleyerek "dâhi" ünvanını elde ettik.

"Yalnızların Oyunu"nu satıyormuş lokantacı. Aldık elbet. Hem de dört tane birden aldık. Herkese bir tane... Daha sonra sık sık gittik bu lokantaya. Her seferinde bir başka oyun vardı. Hepsinde de zekâ ölçülüyordu: "Zehir gibisiniz!", "Böylesi görülmemiş!", "Aşkolsun!", "Evrenin en zeki yaratığı!" "Çok, ama çok üstün zekâ!" Oyunlar da ucuz değil. Ama onca emekten sonra almamak olmuyor. Önceleri haftada bir gidiyorduk ailecek, sonra ben tek başıma kaçamaklar yapmaya başladım. Bölümün de tam karşısında olduğundan gitmesi kolay oluyor. Ne zaman hergün gitmeye başladığımı tam olarak anımsamıyorum. Birdenbire olmadı ki. Yavaş yavaş alıştım. Bizim bölümden hocalar, ögrenciler de orda yiyorlar öğle yemeklerini. Hatta akşamları aileleriyle gelenler de var. Yemek parasından başka, bir de oyuncak parası ödüyoruz... Günlerden birgün, yine o lokantada "Dâhilerin dâhisi" olmaya çalışırken arka masadan bir konuşma kulağıma çarptı. Lokantanın sahibi bir arkadaşıyla konuşuyordu. Arkadaşı,

– Eee? İşler nasıl? diye sordu.

– Yuvarlanıp gidiyoruz işte... diye yanıtladı lokantacı.

– Bütün lokanta işletenler topu attı, sen nasıl dayanıyorsun şaşıyorum...

– Yemekten pek kazanılmıyor doğrusu...

– Neden kazanılıyor ya?

– Oyuncaklardan...

– Oyuncaklardan mı?

– Oyuncaklardan ya! Şu karşıdaki binayı görüyor musun? İşte orası matematik bölümü. Matematikçilere gururlarını okşayacak oyuncaklar sunuyorum. Sözümona zekâ ölçen oyuncaklar. Sen bu matematikçileri bilmezsin. Dayanamazlar bu tür oyuncaklara, övgülere, gururlarının okşanmasına...

[1] Yazının sonundaki şemada simetrik durumlar olduğunda, bu durumlardan yalnızca birini çizdim yer kazanmak için. İki simetrik durumdan birinin seçildiği yerlere (*) işareti koydum.